બ્રિજકોર્સ-ક્લાસ રેડીનેસ

જ્ઞાનસેતુ

(વર્ષ 2021-22માં ધોરણ 10માં પ્રવેશ મેળવેલ વિદ્યાર્થીઓ માટે)

ધોરણ 10

ગણિત

પ્રેરણા

શ્રીમતી પી. ભારતી (IAS)
સ્ટેટ પ્રોજેક્ટ ડાયરેક્ટર,
સમગ્ર શિક્ષા, ગાંધીનગર

માર્ગદર્શન

શ્રી પ્રકાશ ત્રિવેદી
સચિવ, સમગ્ર શિક્ષા

શ્રીમતી જયશ્રી દેવાંગન (GAS)
એએસપીડી, સમગ્ર શિક્ષા

ડૉ. ટી. એસ. જોષી
નિયામક, જીસીઈઆરટી

સંપાદન - સંકલન

સૂચિતભાઈ પ્રજાપતિ

અનિલભાઈ ઉપાધ્યાય
સમગ્ર શિક્ષા

ધર્મેશ રામાનુજ

લેખન સંપાદન

હિતેન્દ્ર કે. પટેલ

જયોતિબેન આર. પટેલ

વિમલ બી. સુથાર

મનહરકુમાર જે. સોલંકી

કેતનકુમાર ડી. પ્રજાપતિ

નિતેશ એમ. દલવાડી

સંજયકુમાર એચ. શર્મા

અતુલભાઈ એન. પંચાલ

ઓનલાઈન શિક્ષણ મેળવવા માટેના માધ્યમ

સમગ્ર શિક્ષા વેબસાઈટ : ssagujarat.org/StudyFromHome.html

ગુજરાત સરકાર દ્વારા બાયસેગ-વંદે ગુજરાતની વિવિધ ધોરણવાર ૧૬ ચેનલ વડે શૈક્ષણિક કાર્યક્રમનું પ્રસારણ

BISAG

www.vande.gujarat.gov.in

VANDE GUJARAT

બાયસેગ પ્રસારણ જોવા માટે DTH ડિશ લગાવવાથી દૂરદર્શન કેન્દ્ર તેમજ બાયસેગની તમામ ચેનલો ફ્રીમાં જોઈ શકાય છે. DTH ડિશ નજીવા ખર્ચે લગાવી શકાય છે.

DIKSHA
https://diksha.gov.in/

YouTube
Gujarat e-Class Samagra Shiksha

Gujarat E Class

શિક્ષણનો અધિકાર
સમગ્ર શિક્ષા
સૌ ભણે, સૌ આગળ વધે

GCERT Gandhinagar

બ્રિજકોર્સ-કલાસ રેડીનેસ

જ્ઞાનસેતુ

ધોરણ 10

ગણિત

ગુજરાત શૈક્ષણિક
સંશોધન અને તાલીમ પરિષદ
ગાંધીનગર

શિક્ષણનો અધિકાર
સમગ્ર શિક્ષા
સૌ ભણે, સૌ આગળ વધે
ગુજરાત શાળા શિક્ષણ પરિષદ
ગાંધીનગર

પ્રસ્તાવના

વિદ્યાર્થી મિત્રો, વર્તમાન સમયમાં છેલ્લા એક વર્ષથી આપણે સૌ કોરોનાની મહામારી સાથે ઝઝૂમી રહ્યા છીએ. આ વિષમ પરિસ્થિતિમાં મોટેભાગે વિદ્યાર્થીઓને શાળામાં હાજર રાખી શકાયા નથી પરંતુ આપણે શિક્ષણકાર્ય બંધ રાખ્યું નથી. આપણે વર્ચ્યુઅલ રીતે આપણું શિક્ષણકાર્ય સાતત્યપૂર્ણ રીતે થાય એવા શુભાશયથી ધોરણ ૧ થી ૧૨ સુધીના સમગ્ર અભ્યાસક્રમને એપિસોડ (તાસ)માં વિભાજિત કરીને દૂરદર્શન કેન્દ્રની ડી.ડી. ગિરનાર ચેનલ તેમજ બાયસેગ મારફતે શિક્ષણ ઘરે-ઘરે પહોંચે તેવા પ્રામાણિક પ્રયત્નો કરવામાં આવ્યાં. સાથે-સાથે શિક્ષકમિત્રો દ્વારા સમયાંતરે સ્માર્ટ ફોન દ્વારા શિક્ષણ, ઘરે-ઘરે વાલી વિદ્યાર્થીઓનો સંપર્ક કરી ને પાઠ્યપુસ્તક વિતરણ, એકમ કસોટી, નિદાન કસોટી, શેરીશિક્ષણ તેમજ વિદ્યાર્થીઓને શિક્ષકો દ્વારા પ્રત્યક્ષ શૈક્ષણિક માર્ગદર્શન આપવાના સાર્થક પ્રયાસો કરવામાં આવ્યા. ગુજરાત વર્ચ્યુઅલ શાળા (GUS) અંતર્ગત ઓન લાઈન ક્લાસ પણ ચલાવવામાં આવ્યા. હોમલર્નિંગ અંતર્ગત આ તમામ સામગ્રી સમગ્ર શિક્ષા, ગાંધીનગરની વેબસાઈટ, Diksha પ્લેટફોર્મ અને ગુજરાત ઈ ક્લાસ સમગ્ર શિક્ષા યુ-ટ્યુબ ચેનલ પર ઉપલબ્ધ છે. તેનાથી આપ સૌ અવગત છો.

આ 'જ્ઞાનસેતુ' સાહિત્યમાં આપે ગત વર્ષ દરમિયાન પોતાના ધોરણનું શિક્ષણ હોમ લર્નિગ અને અન્ય માધ્યમથી પ્રાપ્ત કર્યું છે. ત્યારે તેને બળવત્તર બનાવવાના હેતુથી આ સાહિત્ય તૈયાર કરવામાં આવ્યું છે. જેમાં આપવામાં આવેલ પ્રશ્નો, દાખલા અને ઉકેલ જેવી બાબતોનું લેખન કરવાનું છે. જ્યાં જરૂર જણાય ત્યાં પોતાની નોટબૂકમાં લખવાનું - ગણવાનું રહેશે. આગામી નવીન શૈક્ષણિક સત્ર જ્યારે શરૂ થાય ત્યારે આ 'જ્ઞાનસેતુ' સાહિત્ય અને તેને આધારે વિદ્યાર્થીઓએ કરેલ લેખનની નોટબૂક આપના શિક્ષકો દ્વારા ચકાસી જરૂરી ઉપચારાત્મક કાર્ય પણ કરાવવામાં આવશે.

આ 'જ્ઞાનસેતુ' સાહિત્ય વિદ્યાર્થીઓ માટે તેમને પ્રાપ્ત કરેલ જ્ઞાન અને શીખવાના જ્ઞાન વચ્ચે મહત્વના સેતુરૂપ બની રહેશે. એવી શ્રદ્ધા છે.

પી. ભારતી (IAS)
સ્ટેટ પ્રૉજેક્ટ ડાયરેક્ટર,
સમગ્ર શિક્ષા, ગાંધીનગર.

‘જ્ઞાનસેતુ બ્રીજકોર્સ-ક્લાસરેડીનેસ’ના ઉપયોગ સંદર્ભે...

હોમ લર્નિંગ દ્વારા અભ્યાસ કરતા વિદ્યાર્થઓનું એક વર્ષ પૂર્ણ થાય છે. હવે જ્યારે વિદ્યાર્થી નવા શૈક્ષણિક વર્ષમાં આવે છે ત્યારે તેમના આગળના શૈક્ષણિક વર્ષના પ્રારંભે તેમને ગયા વર્ષના ધોરણના અભ્યાસક્રમનો બ્રીજકોર્સ થાય તે હેતુસર તેમજ આ વર્ષના અભ્યાસક્રમની સમજણ માટે આગલા ધોરણની જે-જે અધ્યયન નિષ્પત્તિની સમજની જરૂર પડે તે દરેક અધ્યયન નિષ્પત્તિની સમજ માટે આ **‘જ્ઞાનસેતુ બ્રીજકોર્સ-ક્લાસરેડીનેસ’** પુસ્તિકાનું નિર્માણ થયેલ છે.

આ **‘જ્ઞાનસેતુ બ્રીજકોર્સ-ક્લાસરેડીનેસ’** પુસ્તિકાનો અર્થસભર ઉપયોગ કરી શકાય તે માટેની અગત્યની બાબતો આ મુજબ છે :

- આ પુસ્તિકા ગત વર્ષની કક્ષાના અભ્યાસક્રમને ધ્યાને લઈ નિર્માણ થયેલ છે. એટલે કે વર્ષ ૨૦૨૦-૨૧ દરમ્યાન હોમ લર્નિંગ અંતર્ગત ઘરે રહીને પૂરા વર્ષ દરમ્યાન અભ્યાસ કરેલ ધોરણનો અભ્યાસક્રમ આગળના ધોરણમાં જતા પહેલાં બ્રીજકોર્સ તરીકે પૂર્ણ કરશે અને પછીજ આગળના નવા ધોરણનો અભ્યાસક્રમ ચાલુ કરશે.
- આ પુસ્તિકાનું વિષયવસ્તુ અધ્યયન નિષ્પત્તિ અને અભ્યાસક્રમની અગ્રિમ બાબતોને ધ્યાને લઈ નિર્માણ કરેલ હોવાથી પુસ્તિકાના વિષયવસ્તુના દરેક ઉદાહરણોનો પૂર્ણ મહાવરો વિદ્યાર્થી દ્વારા સમયમર્યાદામાં થાય તે જરૂરી છે.
- આપે આ પુસ્તિકાનો ઉપયોગ ગત વર્ષના પાઠ્યપુસ્તક સાથે રાખી કરવાનો છે. આ પુસ્તિકાનો કઈ રીતે ઉપયોગ કરવો તે અંગે આપના શિક્ષક દ્વારા પ્રત્યક્ષ કે પરોક્ષ રીતે માર્ગદર્શન આપવામાં આવશે.
- આ પુસ્તિકાના વિષયવસ્તુ આધારિત સમજ નિર્માણ કરવામાં સહાયક વિડીઓ સામગ્રી પણ નિર્માણ થયેલ છે જેથી તેનું પ્રસારણ ટીવી, મોબાઈલ અને અન્ય ડીજીટલ માધ્યમો દ્વારા પ્રસારિત થનાર છે. તારીખવાર ચોક્કસ સમયપત્રક પ્રમાણે વિદ્યાર્થીઓ પ્રસારણ ધ્યાનથી નિહાળે તે જરૂરી છે.
- એપિસોડનાં પ્રસારણ દરમ્યાન **‘જ્ઞાનસેતુ બ્રીજકોર્સ-ક્લાસરેડીનેસ’** પુસ્તિકામાંથી શક્ય હોય તેટલા દ્રષ્ટાંતની સમજ આપવાનો પ્રયાસ તજજ્ઞ દ્વારા થશે પરંતુ પુસ્તિકાના અન્ય બાકી રહેતા ઉદાહરણોનો મહાવરો વિદ્યાર્થીએ જાતે વાલી / મોટા ભાઈબહેન / શિક્ષકની મદદથી કરવાનો રહેશે.

(પ્રકાશ કે. ત્રિવેદી)
સચિવ, સમગ્ર શિક્ષા

અનુક્રમણિકા

1.	પ્રકરણ 1	1
2.	પ્રકરણ 2	21
3.	પ્રકરણ 3	35
4.	પ્રકરણ 4	44
5.	પ્રકરણ 5	53
6.	પ્રકરણ 6	68
7.	પ્રકરણ 7	82
8.	પ્રકરણ 8	90
9.	પ્રકરણ 9	94
10.	પ્રકરણ 10	100
11.	પ્રકરણ 11	106
12.	પ્રકરણ 12	111

પ્રકરણ 1

1.1 સંખ્યા પરિચય

→ **પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ :** 1, 2, 3, 4, 5, ... પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ છે.

- સૌથી નાની પ્રાકૃતિક સંખ્યા 1 છે.
- પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓને ગણતરીની સંખ્યાઓ પણ કહે છે. તેને ધનપૂર્ણાંક પણ કહે છે.
- તે અસંખ્ય છે.

→ **પૂર્ણ સંખ્યાઓ :** 0,1, 2, 3, ... પૂર્ણ સંખ્યાઓ છે.

- શૂન્ય (0) સૌથી નાની પૂર્ણ સંખ્યા છે.
- તે અસંખ્ય છે.

→ **ઋણ પૂર્ણાંકો :** (–1), (–2), (–3), ... વગેરે ઋણ પૂર્ણાંકો છે.

- (–1) સૌથી મોટો ઋણ પૂર્ણાંક છે.
- તે અસંખ્ય છે.

→ **પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ:** ધનપૂર્ણાંકો, ઋણ પૂર્ણાંકો અને શૂન્યના સમૂહને પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ કહેવાય.

- તે અસંખ્ય છે.

→ **અપૂર્ણાંક :** $\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7} \ldots$ વગેરે ધન અપૂર્ણાંક છે.

- $\left(-\frac{1}{5}\right), \left(-\frac{3}{5}\right), \left(-\frac{5}{9}\right)$ વગેરે ઋણ અપૂર્ણાંક છે.
- $\frac{1}{2}$ માં 1 અંશ અને 2 છેદ છે.

→ **દશાંશ સંખ્યાઓ :** 0.5, –0.2, –1.3, 2.22 વગેરે દશાંશ પૂર્ણાંક છે.

$0.5 = \frac{5}{10}$, $1.3 = \frac{13}{10}$, $2.35 = \frac{235}{100}$

→ **સંમેય સંખ્યાઓ : જે સંખ્યાઓને p/q સ્વરૂપમાં દર્શાવી શકાય તેવી સંખ્યાઓને સંમેય સંખ્યાઓ કહે છે.**

જ્યાં p અને q પૂર્ણાંક અને $q \neq 0$

જેમ કે, $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}$ વગેરે ધન સંમેય સંખ્યા

$\frac{-1}{2}, \frac{-3}{8}, \frac{-11}{13}$ વગેરે ઋણ સંમેય સંખ્યાઓ છે.

$0, \frac{0}{5}, \frac{-0}{8}$ વગેરે શૂન્ય સંમેય સંખ્યાઓ છે.

→ **અસંમેય સંખ્યાઓ : જે સંખ્યાઓને p/q સ્વરૂપમાં દર્શાવી ન શકાય તેવી સંખ્યાઓને અસંમેય સંખ્યાઓ કહે છે.**

$\pi, \sqrt{2}, \sqrt{3}$, 0.232352356... વગેરે...

→ **વાસ્તવિક સંખ્યાઓ : તમામ સંમેય સંખ્યાઓ અને અસંમેય સંખ્યાઓના સમૂહને વાસ્તવિક સંખ્યાઓ કહે છે.**

→ **વિરોધી સંખ્યાઓ : જે બે સંખ્યાઓનો સરવાળો શૂન્ય થાય છે, તે બે સંખ્યાઓને એકબીજાની વિરોધી સંખ્યા કહેવાય.**

$3 + (-3) = 0$

અહીં 3 ની વિરોધી સંખ્યા (–3) છે.

(–3) ની વિરોધી સંખ્યા 3 છે.

$\frac{2}{5}$ ની વિરોધી સંખ્યા $\frac{-2}{5}$ છે.

$\frac{-3}{5}$ ની વિરોધી સંખ્યા $\frac{3}{5}$ છે.

કોઈ સંખ્યાની વિરોધીની વિરોધી તે સંખ્યા પોતે જ થાય.

જેમ કે, 3 ની વિરોધી સંખ્યા (–3)

–3 ની વિરોધી સંખ્યા –(–3) = 3

3 ની વિરોધીની વિરોધી સંખ્યા = 3

→ **<u>વ્યસ્ત સંખ્યાઓ: જે બે સંખ્યાઓનો ગુણાકાર 1 (એક) થાય તે બે સંખ્યાઓને એકબીજાની વ્યસ્ત સંખ્યાઓ કહેવાય.</u>**

$3 \times \frac{1}{3} = 1$ 3 ની વ્યસ્ત સંખ્યા = $\frac{1}{3}$

$\frac{1}{3}$ ની વ્યસ્ત સંખ્યા = 3

$\frac{2}{5}$ ની વ્યસ્ત સંખ્યા = $\frac{5}{2}$

$\frac{-3}{11}$ ની વ્યસ્ત સંખ્યા = $\frac{-11}{3}$

→ કોઈ સંખ્યાની વ્યસ્તની વ્યસ્ત સંખ્યા તે સંખ્યા પોતે જ થાય.

$\frac{4}{5} \times \frac{5}{4} = 1$

$\frac{4}{5}$ ની વ્યસ્ત સંખ્યા = $\frac{5}{4}$

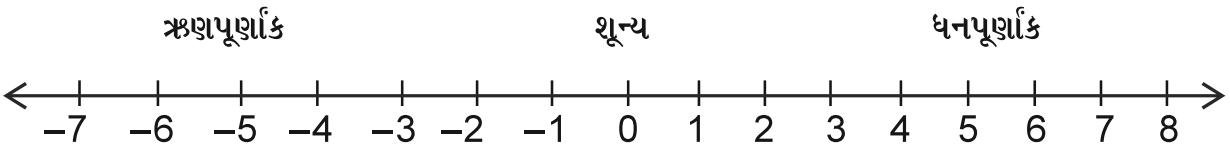
$\frac{5}{4}$ ની વ્યસ્ત સંખ્યા = $\frac{4}{5}$

આથી $\frac{4}{5}$ ની વ્યસ્તની વ્યસ્ત સંખ્યા = $\frac{4}{5}$

નીચેની સંખ્યાઓની વિરોધી સંખ્યા અને વ્યસ્ત સંખ્યા લખો.

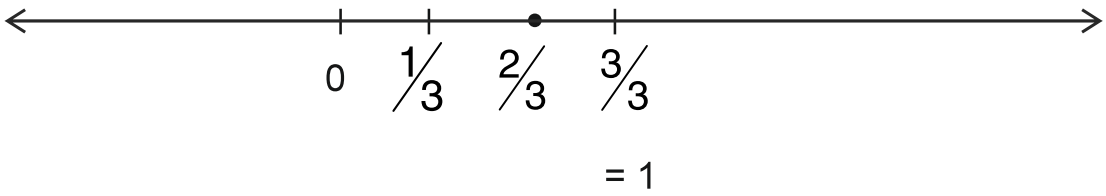
$\frac{18}{5}, 1\frac{1}{3}, \frac{3}{8}, \frac{3}{7}, \sqrt{2}, 0, \frac{-101}{200}, \frac{-19}{5}, \frac{-2}{3}$

1.2 સંખ્યા રેખા પર નિરૂપણ



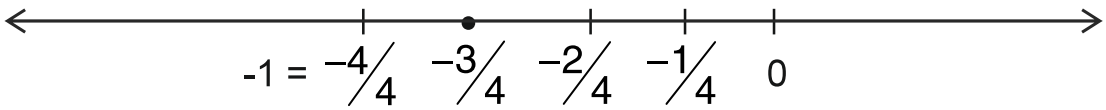
- **$\frac{2}{3}$ નું સંખ્યારેખા પર નિરૂપણ કરો.**

$\frac{2}{3}$ એ 0 અને 1 ની વચ્ચે આવતી સંખ્યા છે. આથી $\frac{2}{3}$ ને સંખ્યારેખા પર દર્શાવવા સૌ પ્રથમ 0 અને 1 ની વચ્ચે ત્રણ સમાન ભાગ કરવા.



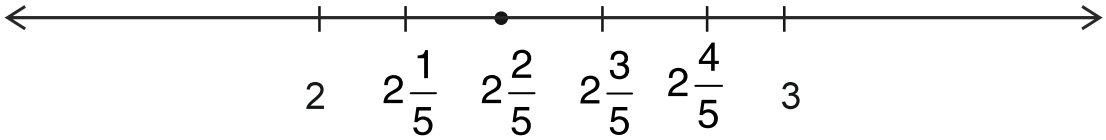
- **$\left(-\frac{3}{4}\right)$ ને સંખ્યાંરેખા પર દર્શાવો.**

$\left(-\frac{3}{4}\right)$ એ 0 અને (–1) ની વચ્ચે આવતી સંખ્યા છે. આથી $-\frac{3}{4}$ ને સંખ્યારેખા પર દર્શાવવા 0 અને (–1) ની વચ્ચે છેદ ચાર સમાન ભાગ કરવા.



- **$2\frac{3}{5}$ ને સંખ્યાંરેખા પર દર્શાવો.**

$2\frac{3}{5}$ એ 2 અને 3 ની વચ્ચે આવતી સંખ્યા છે. અને $2\frac{3}{5}$ માં છેદ 5 હોવાથી 2 અને 3 ની વચ્ચે 5 સમાન ભાગ કરવા.



✍ **નીચેની સંખ્યાઓને સંખ્યાંરેખા પર દર્શાવો.**

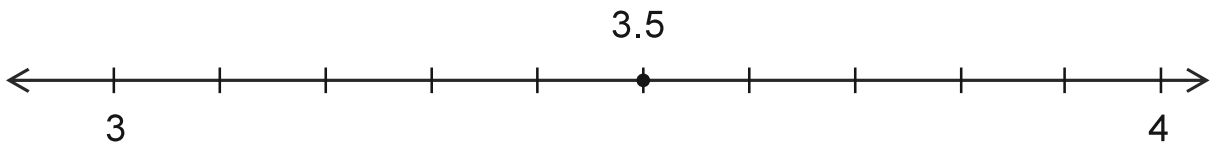
(1) $\frac{3}{5}$ (2) $\frac{-5}{7}$ (3) $1\frac{3}{5}$ (4) $-2\frac{2}{7}$ (5) $\frac{3}{9}$

→ **દશાંશ સંખ્યાઓને સંખ્યારેખા પર દર્શાવવી.**

- દશાંશ સંખ્યાઓને સંખ્યારેખા પર દર્શાવવા માટે આપેલ સંખ્યા જે બે સંખ્યાઓની વચ્ચે આવે તે બે સંખ્યાઓની વચ્ચે દસ સમાન ભાગ કરવા અને તે સંખ્યાને દર્શાવવી.

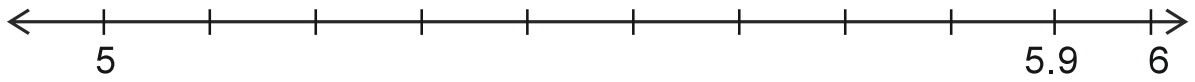
→ **3.5 ને સંખ્યારેખા પર દર્શાવો.**

3.5 એ 3 અને 4 ની વચ્ચે આવે છે. આથી 3 અને 4 ની વચ્ચે દસ સમાન ભાગ કરીશું અને 3 પછી પાંચમો ભાગ એ 3.5 થશે.



- **5.9 ને સંખ્યાંરેખા પર દર્શાવો.**

5.9 એ 5 અને 6 ની વચ્ચે આવેલ છે. આથી, 5 અને 6ની વચ્ચે દસ સમાન ભાગ કરીશું અને 5 પછી નવમો ભાગ એ 5.9 થશે.



✍ **આપેલ સંખ્યા કયા બે પૂર્ણાંક સંખ્યા વચ્ચે આવે છે તે જણાવો.**

(1) 5.378, (2) 2.66, (3) 4.78, (4) 8.89, (5) 8.07, (6) 4.432, (7) 8.809, (8) 0.342, (9) 3.333, (10) 8.9, (11) 10.15, (12) 7.7, (13) 8.98, (14) 6.767, (15) 3.35

✍ **આપેલ દશાંશ સંખ્યાઓને સંખ્યાંરેખા પર દર્શાવો.**

(1) 1.4 (2) 5.7 (3) 5.3 (4) 2.6 (5) 9.3

1.3 પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ

● **પૂર્ણાંકોના સરવાળા - બાદબાકી - ગુણાકાર - ભાગાકાર**

→ **સરવાળા માટે**

જો બે સંખ્યાઓની નિશાની સમાન હોય તો સરવાળો કરવો અને જે નિશાની બંને સંખ્યાઓની હોય તે લખવી.

(+) પૂર્ણાંક + (+) પૂર્ણાંક ––> (+) પૂર્ણાંક

(–) પૂર્ણાંક + (–) પૂર્ણાંક ––> (–) પૂર્ણાંક

(i) (–8) + (–9) = (–17)

(ii) (–3) – 5 = –3 – 5 = –8

(iii) (–3) + (–2) = –5

→ **બાદબાકી માટે**

જયારે બંને સંખ્યાઓની નિશાની અલગ-અલગ હોય ત્યારે મોટી સંખ્યામાંથી નાની સંખ્યા બાદ કરવી અને મોટી સંખ્યાની નિશાની મૂકવી.

(+) પૂર્ણાંક + (–) પૂર્ણાંક ––> (મોટી સંખ્યાની નિશાની) પૂર્ણાંક

(–45) + 0 = (–45)

5 – 3 = 2

નીચેની ખાલી જગ્યા પૂરો.

(i) (–1) + (–2) = _____

(ii) –9 – (–2) = _____

(iii) (–5) + 2 = _____

(iv) 5 + (–5) = _____

(v) (–9) + (–4) = _____

(vi) (–53) + (–53) = _____

(vii) (–9) – (–4) = _____

(viii) 17 – (–21) = _____

(ix) 1 – (–1) = _____

(x) 32 – (–17) = _____

(xi) (–10) + 10 = _____

(xii) (–10) – (–10) = _____

→ **પૂર્ણાંકોના ગુણાકાર**

ગુણાકાર માટે જ્યારે બંને સંખ્યાઓની નિશાની સમાન હોય ત્યારે વત્તાની નિશાની આવે અને જ્યારે બંને સંખ્યાઓની જુદી-જુદી નિશાની હોય ત્યારે ઓછાની નિશાની આવે.

(+) પૂર્ણાંક	x	(+) પૂર્ણાંક	=	(+) પૂર્ણાંક
(–) પૂર્ણાંક	x	(–) પૂર્ણાંક	=	(+) પૂર્ણાંક
(+) પૂર્ણાંક	x	(–) પૂર્ણાંક	=	(–) પૂર્ણાંક

(–4) x 4 = –16 (4 અને 4 નો ગુણાકાર 16 અને (–) ની નિશાની એકવાર એટલે (–16)

(–4) x (–3) =12 (4 અને 3 નો ગુણાકાર = 12 અને (–)ની નિશાની બે વાર એટલે (+12)

નીચે આપેલ સંખ્યાઓનો ગુણાકાર કરી જવાબ લખો.

(i) (–20) x (–5) = _____

(ii) (–15) x 17 = _____

(iii) (–30) x 12 = _____

(iv) (–30) x 0 = _____

ગણતરી કરી જવાબ લખો.

(i) (–21) x (–30) (ii) 8 x (–125)

(iii) (–316) x (–1) (iv) 3 x (–1)

(v) (–1) x 225 (vi) (–17) x (–29)

(vii) (–41) x 102

નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો.

વર્ગ કસોટીપત્રમાં કુલ 10 પ્રશ્નો છે. દરેક સાચા જવાબના 5 ગુણ અને દરેક ખોટા જવાબના (–2) ગુણ છે અને પ્રશ્નનો જવાબ નહિ લખવાના 0 ગુણ આપવામાં આવે છે.

(a) મોહનના 4 સાચા અને 3 ખોટા જવાબ છે, તો તેના ગુણ કેટલા હશે ?

(b) સરિતાના 5 સાચા અને 5 ખોટા જવાબ છે, તો તેના ગુણ કેટલા હશે ?

(c) પાર્શ્વ 7 જવાબો લખે છે. જેમાંથી 2 સાચા અને 5 ખોટા જવાબ છે, તો તેના ગુણ કેટલા હશે ?

→ **પૂર્ણાંકોના ભાગાકાર**

$$\frac{(-6)}{2} = (-)\ \frac{6}{2} = -3$$

પૂર્ણાંકોના ભાગાકાર કરવા માટે ઋણ નિશાની હોય તો તે અવગણી ભાગાકાર કરી ઋણ નિશાની મૂકવી. જો બે વખત ઋણ નિશાની આવે તો (+) ની નિશાની અને એક વખત ઋણ નિશાની આવે તો (–) ની નિશાની મૂકવી.

- 1 વડે ભાગાકાર કરતા જે તે પૂર્ણાંક જ મળે છે.

$(-8) \div 1 = (-8)$ $\qquad$ $(-8) \div (-1) = 8$

1.4 અવયવ અને અવયવી

અવયવ જુદી-જુદી રીતે પાડી શકાય છે. ગુણાકારની રીત, ભાગાકારની રીત, અવયવવૃક્ષની રીત.

- **36 ના અવયવ પાડો.**

<u>રીત:1</u> <u>ગુણાકાર</u>

$36 = 2 \times 18$

$36 = 2 \times 2 \times 9$

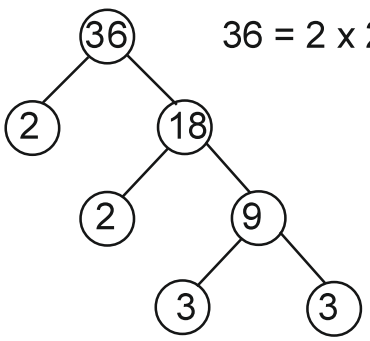
$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$

<u>રીત:2</u> <u>ભાગાકાર</u>

2	36
2	18
3	9
3	3
	1

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$

<u>રીત:3</u> <u>અવયવવૃક્ષ</u>



$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$

✍ **નીચેની સંખ્યાઓના ગુણાકારની રીતે, ભાગાકારની રીતે અને અવયવવૃક્ષની રીતે અવયવ પાડો.**

(1) 48 (2) 60 (3) 84

→ **અવયવી (ગુણક)**

→ 4 ના ઘડિયામાં આવતી સંખ્યાઓ 4 x 1 = 4, 4 x 2 = 8, 4 x 3 = 12,...

આમ, 4 ના અવયવી (ગુણક) = 4, 8, 12, 16,... મળે. (અસંખ્ય)

→ આવી જ રીતે 7 ના અવયવી (ગુણક) = 7, 14, 21, 28, ... મળે.

→ **<u>આપેલી સંખ્યાથી વિભાજ્ય હોય તેવી સંખ્યાઓને તે સંખ્યાના અવયવી કહે છે.</u>**

✍ **નીચેની સંખ્યાઓના પ્રથમ પાંચ અવયવી લખો.**

(1) 6 (2) 10 (3) 15 (4) 25 (5) 30

1.5 વિભાજ્ય અને અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ

વિભાજ્ય સંખ્યાઓ	અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ
– બે કરતા વધુ અવયવ હોય	ફક્ત બે જ અવયવ હોય
– ઉદા. તરીકે 4 ના અવયવ 1, 2, 4...	ઉદા. તરીકે 5 નાના અવયવ 1 અને 5
– સૌથી નાની વિભાજ્ય સંખ્યા 4 છે.	સૌથી નાની અવિભાજ્ય સંખ્યા 2 છે.

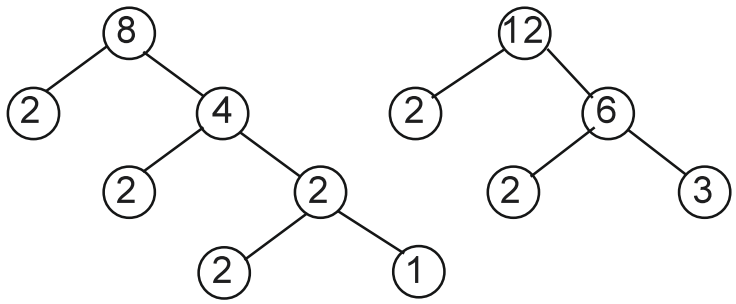
→ 1 એ વિશિષ્ટ સંખ્યા છે.

1.6 ગુ.સા.અ. અને લ.સા.અ.

● **ગુ.સા.અ. (ગુરૂતમ સામાન્ય અવયવ)**

<u>આપેલી સંખ્યાઓને સામાન્ય અવયવ પૈકી સૌથી મોટો સામાન્ય અવયવ એટલે ગુ.સા.અ.</u>

8 અને 12 નો ગુ.સા.અ. (અવયવવૃક્ષની રીતે)



8 = 2 x 2 x 2

12 = 2 x 2 x 3

સામાન્ય અવયવ = 2 x 2 = 4

આથી, ગુ.સા.અ. (8, 12) = 4

આપેલી સંખ્યાઓનો ગુ.સા.અ. શોધો.

(1) 85 અને 17 (2) 100 અને 170 (3) 4 અને 12 (4) 12 અને 144

- **લ.સા.અ. (લઘુતમ સામાન્ય અવયવી)**

લ.સા.અ. = સામાન્ય અવયવ x બાકીના અવયવ

8 = 2 x 2 x 2
12 = 2 x 2 x 3

8 અને 12 નો લ.સા.અ. = (2 x 2) x (2 x 3)
= 4 x 6
= 24

8 અને 12 નો લ.સા.અ. = 24

- 2 અને 10 નો લ.સા.અ.

2 = 2 x 1

10 = 2 x 5 ∴ 2 અને 10 નો લ.સા.અ. = 2 x 5 = 10

નીચે આપેલી સંખ્યાઓ માટે લ.સા.અ. શોધો.

(1) 21 અને 63 (2) 55 અને 105

(3) 120 અને 36 (4) 100 અને 220 (5) 49 અને 84

- **અતિસંક્ષિપ્ત રૂપ**

(1) $\frac{30}{54}$ નું અતિસંક્ષિપ્ત રૂપ

$$\frac{30}{54} = \frac{2x3x5}{2x3x3x3}$$

$$= \frac{2}{2} \times \frac{3}{3} \times \frac{5}{3x3}$$

$$\frac{30}{54} = \frac{\text{30 ના ગુણાકારની રીતે અવયવ}}{\text{54 ના ગુણાકારની રીતે અવયવ}}$$

$$= \frac{\cancel{2} \times \cancel{3} \times 5}{\cancel{2} \times \cancel{3} \times 3 \times 3}$$

$= 1 \times 1 \times \frac{5}{9}$

$= \frac{5}{9}$

$= \frac{5}{3\times3}$

$= \frac{5}{9}$

(2) $\frac{150}{60}$

$$\frac{150}{60} = \frac{3\times5\times2\times5}{3\times2\times2\times5} = \frac{3}{3}\times\frac{2}{2}\times\frac{5}{5}\times\frac{5}{2}$$

$$= 1 \times 1 \times 1 \times \frac{5}{2}$$

$$= \frac{5}{2}$$

નીચે આપેલ અપૂર્ણાંકને અતિસંક્ષિપ્ત રૂપમાં દર્શાવો.

(a) $\frac{48}{60}$ (b) $\frac{15}{54}$ (c) $\frac{12}{52}$ (d) $\frac{250}{400}$

- **સંમેય સંખ્યાઓ વચ્ચેની સંમેય સંખ્યાઓ શોધવી.**

<u>બે સંમેય સંખ્યાઓ વચ્ચે અસંખ્ય સંમેય સંખ્યાઓ મળે છે.</u>

બે સંમેય સંખ્યાઓ a અને b ની બરાબર વચ્ચે સંમેય સંખ્યા $\frac{a+b}{2}$ ની સૂત્રની મદદથી શોધી શકાય છે.

જેમ કે, $\frac{1}{4}$ અને $\frac{1}{2}$ વચ્ચેની સંમેય સંખ્યા

$$= \frac{\frac{1}{4}+\frac{1}{2}}{2}$$

$$= \frac{\frac{1+2}{4}}{2}$$

$$= \frac{3}{8}$$

$\therefore$ $\frac{3}{8}$ એ $\frac{1}{4}$ અને $\frac{1}{2}$ ની બરાબર વચ્ચે આવતી સંમેય સંખ્યા છે.

$\frac{3}{8}$ ને $\frac{1}{4}$ અને $\frac{1}{2}$ ની સરેરાશ પણ કહે છે.

$\frac{2}{3}$ અને $\frac{4}{5}$ ની બરાબર વચ્ચે આવતી સંમેય સંખ્યા શોધો.

- $\frac{1}{4}$ અને $\frac{1}{2}$ ની વચ્ચે આવતી ત્રણ સંમેય સંખ્યાઓ શોધતાં શીખીએ.

આ માટે આપણે બંને સંખ્યાઓના છેદ સમાન કરીએ તો વચ્ચેની સંખ્યાઓ સરળતાથી શોધી શકાય છે.

$\frac{1}{4} = \frac{1\times1}{4\times1} = \frac{1}{4}$ અહીં 2 અને 4 નો લ.સા.અ. 4 હોવાથી છેદ 4 લાવવો.

$\frac{1}{2} = \frac{1\times2}{2\times2} = \frac{2}{4}$

હવે બંને સંખ્યાઓના અંશ અને છેદને 10 વડે ગુણતાં...

$\frac{1}{4} = \frac{1\times10}{4\times10} = \frac{10}{40}$, $\frac{2}{4} = \frac{2\times10}{4\times10} = \frac{20}{40}$

$\frac{11}{40}, \frac{12}{40}, \frac{13}{40}, \frac{14}{40}, \frac{15}{40}, \frac{16}{40}, \frac{17}{40}, \frac{18}{40}, \frac{19}{40}$

$\longrightarrow$ આજ રીતે $\frac{1}{4}$ અને $\frac{1}{2}$ ની વચ્ચે વધારે સંખ્યાઓ શોધવા માટે અંશ અને છેદને મોટી સંખ્યા વડે ગુણી સરળતાથી શોધી શકાય છે.

નીચે આપેલ બે સંખ્યાઓ વચ્ચેની 5 સંમેય સંખ્યાઓ શોધો.

(1) 3 અને 4 (2) $\frac{-3}{2}$ અને $\frac{5}{3}$ (3) $\frac{2}{3}$ અને $\frac{4}{5}$

(4) $\frac{3}{5}$ અને $\frac{3}{4}$ (5) $\frac{1}{4}$ અને $\frac{1}{2}$ (6) $\frac{-2}{5}$ અને $\frac{1}{2}$

1.7 ઘાતાંકના નિયમો

(1) $a^m \times a^n = a^{m+n}$ <u>(આધાર સરખા હોય ત્યારે ગુણાકાર કરતી વખતે ઘાતાંકનો સરવાળો થાય.)</u>

(2) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad (m > n)$ <u>(આધાર સરખા હોય ત્યારે ભાગાકાર કરતી વખતે ઘાતાંકની બાદબાકી થાય.)</u>

$= \frac{1}{a^{n-m}} \quad (m < n)$

$= 1 \quad (m = n)$

(3) $(a^m)^n = a^{mn}$

(4) $a^m b^m = (ab)^m$

(5) $\left(\frac{a^m}{b^m}\right) = \left(\frac{a}{b}\right)^m$

(6) $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

(7) $a^0 = 1$

<u>આ નિયમો ધન ઘાતાંક અને ઋણ ઘાતાંક બંનેને લાગુ પાડી શકાય છે.</u>

(a) $(-2)^3 \times (-2)^4$ ને સાદુંરૂપ આપી ઘાત સ્વરૂપે લખો.

$(-2)^3 \times (-2)^4 = (-2)^{3+4}$ $[\because a^{m\,n} = a^{m+n}]$

$= (-2)^7$

(b) $2^5 \div 2^6$

$2^5 \div 2^6 = \frac{2^5}{2^6} = 2^{5-6} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$

(c) $2^5 \div 2^{-6}$

$2^5 \div 2^{-6} = \frac{2^5}{2^{-6}} = 2^{5-(-6)} = 2^{5+6} = 2^{11}$

(d) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$ ની કિંમત શોધો.

$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{(2)^{-2}}{(3)^{-2}} = \frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4}$ $[\because 2^{-2} = \frac{1}{2^2},\ 1/3^{-2} = 3^2]$

(e) $(3^{-7} \div 3^{-10}) \times 3^5$

$(3^{-7} \div 3^{-10}) \times 3^5 = \frac{3^{-7} \div 3^{-10}}{3^{-5}}$

$= \frac{3^{-7-(-10)}}{3^{-5}}$

$= \frac{3^{-7+10}}{3^{-5}}$

$= \frac{3^3}{3^{-5}}$

$= 3^{3-(-5)}$

$= 3^{3+5}$

$= 3^8$

સાદુંરૂપ આપી પરિણામને ધનઘાતાંક સ્વરૂપે દર્શાવો.

(1) $(-4)^{-2}$ (2) $(-4)^{5} \div (-4)^{-8}$

(3) $(-3)^{4} \times \left(\frac{5}{3}\right)^{4}$ (4) $2^{-3} \times (-7)^{-3}$

(5) $(3^{0} + 4^{-1}) \times 2^{2}$ (6) $\frac{1}{3^{-2}}$

(7) $\left\{\left(\frac{-2}{3}\right)^{-2}\right\}^{2}$ (8) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$

(9) $(2^{20} \div 2^{15}) \times 2^{3}$ (10) $2^{3} \times a^{3} \times 5a^{4}$

માગ્યા મુજબ કરો.

(1) નીચેની સંખ્યાઓને મિશ્ર અપૂર્ણાંકમાં દર્શાવો.

(i) $\frac{20}{3}$ (ii) $\frac{17}{7}$ (iii) $\frac{19}{6}$ (iv) $\frac{50}{11}$ (v) $\frac{3}{2}$

(2) મિશ્ર અપૂર્ણાંકને અશુધ્ધ અપૂર્ણાંકમાં દર્શાવો.

(i) $7\frac{3}{4}$ (ii) $10\frac{3}{5}$ (iii) $9\frac{3}{7}$ (iv) $8\frac{4}{9}$ (v) $11\frac{3}{13}$

(3) $\square$ માં સમઅપૂર્ણાંકના આધારે સાચી સંખ્યા મૂકો.

(i) $\frac{2}{7} = \frac{16}{\square}$ (ii) $\frac{4}{9} = \frac{\square}{18}$ (iii) $\frac{1}{5} = \frac{25}{\square}$ (iv) $\frac{21}{30} = \frac{7}{\square}$

(4) $\frac{2}{9}$ નો સમઅપૂર્ણાંક લખો. જેનો અંશ 14 હોય.

(5) બાદબાકી કરો. (i) 9.756 – 6.28

(ii) 21.05 – 15.27

(6) સરવાળો કરો. (i) $2\frac{4}{5} + 3\frac{5}{6}$

(ii) $\frac{3}{10} + \frac{7}{15}$ (iii) $\frac{3}{5} - \frac{7}{20}$

(iv) $\frac{5}{8} - \frac{1}{3}$ (v) $8\frac{1}{4} - 2\frac{5}{6}$

(vi) $27 \times 7 + 78 \div 2$ (vii) $36 \div 2 + 4 \times 3 - 22$

(7) યોગ્ય નિયમનો ઉપયોગ કરી ગણતરી કરો.

(i) 84 x 99 (ii) 126 x 55 + 126 x 45

(8) ગુણાકાર કરો.

(i) $\frac{2}{3} \times 2\frac{2}{3}$ (ii) $\frac{11}{2} \times \frac{3}{10}$

(iii) 0.2 x 316.8 (iv) 0.1 x 51.2

(9) ભાગાકાર કરો.

(i) 30.94 ÷ 0.7 (ii) 0.80 ÷ 5

(iii) 37.8 ÷ 1.4 (iv) 36 ÷ 0.2

❖ **આપેલ સંખ્યાઓને કઈ સંખ્યાઓ વડે નિઃશેષ ભાગી શકાશે તે માટે વિભાજ્યતાની ચાવીઓ જાણવી જરૂરી છે.**

1) 2 ની વિભાજ્યતાની ચાવી : **જે સંખ્યાનો એકમનો અંક 0, 2, 4, 6, કે 8 હોય તેવી સંખ્યાઓ 2 વડે નિઃશેષ વિભાજ્ય હોય છે.**

ઉદાહરણ : 28 ÷ 2 = 24, 44 ÷ 2 = 22 82 ÷ 2 = 41 56 ÷ 2 = 28

50 ÷ 2 = 25

2) 3 ની વિભાજ્યતાની ચાવી : **આપેલ સંખ્યાના અંકોના સરવાળાને 3 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય તો તે સંખ્યા 3 વડે નિઃશેષ વિભાજ્ય હોય છે.**

ઉદાહરણ : 81 ÷ 3 = 27

8 + 1 = 9, 9 એ 3 વડે વિભાજ્ય છે. તેથી 81 પણ 3 વડે વિભાજ્ય છે.

903 ÷ 3 = _____ અહીં 9 + 0 + 3 = 12, 12 ÷ 3 = 4,

12 એ 3 વડે વિભાજ્ય છે. તેથી 903 પણ 3 વડે વિભાજ્ય છે.

∴ 903 ÷ 3 = 301

3) 5 ની વિભાજ્યતાની ચાવી : **જે સંખ્યાઓના એકમનો અંક 0 કે 5 હોય તેવી સંખ્યાઓ 5 વડે નિઃશેષ વિભાજ્ય છે.**

ઉદાહરણ : 95 ÷ 5 = 19, 120 ÷ 5 = 24

4) 4 ની વિભાજ્યતાની ચાવી :

એક અને બે અંકની સંખ્યાને 4 વડે ભાગાકાર કરી ચકાસી શકાય.

<u>ત્રણ કે તેથી વધુ અંકો ધરાવતી સંખ્યા માટે છેલ્લા બે અંકોથી બનતી સંખ્યાને 4 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય તો, આપેલ સંખ્યાને 4 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય.</u>

ઉદાહરણ : 96 ÷ 4 = 24

1936 ÷ 4 માટે, એકમ - દશકથી બનતી સંખ્યા 36 છે. 36 ÷ 4 = 9 મળે.

36 ને 4 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય છે, તેથી 1936 એ 4 વડે નિઃશેષ વિભાજ્ય છે.

1936 ÷ 4 = 484

5) 6 ની વિભાજ્યતાની ચાવી : <u>જે સંખ્યા 2 અને 3 બન્ને વડે વિભાજ્ય હોય, તે સંખ્યા 6 વડે વિભાજ્ય છે.</u>

ઉદાહરણ : 48 ÷ 6 માં 48 એ 2 તથા 3 બન્ને વડે વિભાજ્ય છે. ∴ 48 એ 6 વડે વિભાજ્ય છે.

33 ÷ 6 માં 33 એ 3 વડે વિભાજ્ય છે પણ 2 વડે વિભાજ્ય નથી.

∴ 33 એ 6 વડે વિભાજ્ય નથી.

6) 8 ની વિભાજ્યતાની ચાવી :

1, 2 કે 3 અંકો ધરાવતી સંખ્યા 8 વડે ભાગાકાર કરી ચકાસી શકાય.

<u>4 કે તેથી વધુ અંકો ધરાવતી સંખ્યામાં, એકમ, દશક અને સો ના સ્થાનના અંકો દ્વારા બનતી સંખ્યાને 8 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય તો, આપેલ સંખ્યાને 8 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય.</u>

7) 9 ની વિભાજ્યતાની ચાવી :

<u>જે સંખ્યાના અંકોનો સરવાળો 9 વડે વિભાજ્ય હોય તો તે સંખ્યા 9 વડે વિભાજ્ય છે.</u>

ઉદાહરણ : 729 ÷ 9, 7 + 2 + 9 = 18, અહીં : 18 ÷ 9 = 2,

અંકોનો સરવાળો 18 એ 9 વડે વિભાજ્ય છે. તેથી 729 એ 9 વડે નિઃશેષ વિભાજ્ય છે.

∴ 729 ÷ 9 = 81

જ્યારે, 849 ÷ 9, માં 8 + 4 + 9 = 22, 22 એ 9 વડે વિભાજ્ય નથી.

∴ 849 ને 9 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાતા નથી.

8) 10 ની વિભાજ્યતાની ચાવી : **જે સંખ્યાઓના એકમના અંક 0 હોય તેવી સંખ્યાઓ 10 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય છે.**

ઉદાહરણ : 3200 ÷ 10 = 320, 710 ÷ 10 = 71

✍ વિભાજ્યતાની ચાવીઓનો ઉપયોગ કરી નીચેની કઈ સંખ્યાઓ 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, કે 11 વડે વિભાજ્ય છે, તે નક્કી કરો.

	ના વડે વિભાજ્ય								
સંખ્યા	2	3	4	5	6	8	9	10	11
136	હા	ના	હા	ના	ના	હા	ના	ના	ના
990									
1586									
3060									

1.8 વાસ્તવિક સંખ્યા અને દશાંશ પદ્ધતિ :

વાસ્તવિક સંખ્યા

- સંમેય
  - શાન્ત — ઉદા. $= \frac{7}{8} = 0.875$
  - અનંત - આવૃત — ઉદા. $\frac{1}{7} = \overline{0.142857}$
- અસંમેય
  - અનંત - અનાવૃત — ઉદા. $\sqrt{2} = 1.4142135623$

● **સંમેય સંખ્યા :**

જો p તથા q પૂર્ણાંક હોય તથા q શૂન્યેતર હોય તથા $r = \frac{p}{q}$ હોય તો, r ને સંમેય સંખ્યા કહે છે.

સંમેય સંખ્યાની દશાંશ અભિવ્યક્તિ એ સાન્ત અથવા અનંત આવૃત્ત હોય છે.

જે સંખ્યાની દશાંશ અભિવ્યક્તિ સાન્ત અથવા અનંત આવૃત્ત હોય છે. તે સંમેય સંખ્યા છે.

● **વાસ્તવિક સંખ્યાઓ પર ગાણિતિક પ્રક્રિયાઓ:**

⇨ **જો a અને b સંમેય સંખ્યાઓ હોય તો, જો $a + b$, $a - b$, ab અને $\frac{a}{b}$ $(b \neq 0)$ સંમેય સંખ્યા જ મળે છે.**

⇨ **જો x અને y અસંમેય સંખ્યાઓ હોય તો, જો $x+y$, $x-y$, xy અને $\frac{x}{y}$ $(b \neq 0)$ સંમેય અથવા અસંમેય હોય શકે.**

⇨ **જો r સંમેય હોય અને s અસંમેય હોય તો, $r+s$ અને $r-s$ અસંમેય સંખ્યા છે તથા શૂન્યેતર સંમેય સંખ્યા r માટે $r \cdot s$ અને $\frac{r}{s}$ અસંમેય સંખ્યા થાય છે.**

ઉદાહરણ - નીચેની સંખ્યાઓને દશાંશ સ્વરૂપમાં લખો અને તે કેવા પ્રકારની દશાંશ - અભિવ્યક્તિ છે તે જણાવો.

1) $\frac{35}{16}$

```
      2.1875
16 | 35
   | 32
     30
     16
     140
     128
       120
       112
         80
         80
          0
```

$\therefore \frac{35}{16} = 2.1875$

જે સાન્ત દશાંશ-અભિવ્યક્તિ છે.

2) $\frac{-17}{8} = 2.125$

```
      2.125
8 | 17
  | 16
    10
     8
    20
    16
     40
     40
      0
```

$\therefore \frac{17}{8} = 2.125$

$\therefore \frac{-17}{8} = -2.125$

જે સાન્ત દશાંશ - અભિવ્યક્તિ છે.

3) $\frac{8}{3} = 2.666$

```
      2.666
3 | 8
  | 6
    20
    18
      20
      18
        20
        18
          20
          18
           2
```

$\therefore \frac{8}{3} = 2.666 = 2{\cdot}\overline{6}$ જે અનંત આવૃત્ત દશાંશ - અભિવ્યક્તિ છે.

- **છેદનું સંમેયીકરણ :**

<u>જ્યારે કોઈ અભિવ્યક્તિના છેદમાં વર્ગમૂળવાળું પદ હોય ત્યારે જેનો છેદ સંમેય સંખ્યા હોય તેવી સમતુલ્ય અભિવ્યક્તિમાં તેને રૂપાંતરિત કરવાની પદ્ધતિને છેદનું સંમેયીકરણ કહેવાય છે.</u>

ઉદાહરણ:

- $\frac{5+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ અંશ અને છેદને $\sqrt{2}$ વડે ગુણતાં,

$$\frac{5+\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{5+\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$$

- $\frac{16}{\sqrt{41}-5}$ અંશ અને છેદને $\sqrt{41}+5$ વડે ગુણતાં,

$$\frac{16}{\sqrt{41}-5} = \frac{16}{\left(\sqrt{41}-5\right)} \times \frac{\sqrt{41}+5}{\left(\sqrt{41}+5\right)} = \frac{16\left(\sqrt{41}+5\right)}{\left(\sqrt{41}\right)^2-(5)^2}$$

$$= \frac{16\left(\sqrt{41}+5\right)}{41-25} = \frac{16\left(\sqrt{41}+5\right)}{16} = \sqrt{41}+5$$

નીચેની ખાલી જગ્યા પૂરો.

(1) દરેક સંમેય સંખ્યા એ ..... છે.

(*a*) પ્રાકૃતિક સંખ્યા (*b*) પૂર્ણાંકો (*c*) વાસ્તવિક સંખ્યા (*d*) પૂર્ણ સંખ્યા

(2) આપેલ સંખ્યાઓમાંથી કઈ અસંમેય સંખ્યા છે.

(*a*) $\sqrt{\frac{4}{9}}$ (*b*) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$ (*c*) $\sqrt{7}$ (*d*) $\sqrt{81}$

(3) $\frac{1}{\sqrt{7}-2}$ ના છેદનું સંમેયીકરણ કરવા તેનો અંશ અને છેદને ..... વડે ગુણવા.

(*a*) $\frac{1}{\sqrt{7}+2}$ (*b*) $\sqrt{7}+2$ (*c*) $\sqrt{7}-2$ (*d*) $\sqrt{7}$

(4) $2\sqrt{3}+\sqrt{3} =$ _____

(*a*) $2\sqrt{6}$ (*b*) 6 (*c*) $3\sqrt{3}$ (*d*) $4\sqrt{6}$

(5) સંમેય સંખ્યાનું દશાંશ નિરૂપણ ..... છે.

(*a*) શાન્ત (*b*) અનંત

(*c*) શાન્ત કે અનંત-આવૃત્ત (*d*) અનંત-અનાવૃત્ત

નીચેના માગ્યા મુજબ જવાબ લખો.

(1) $\frac{10}{3}$, $\frac{7}{8}$ અને $\frac{1}{7}$ ને દશાંશ સ્વરૂપમાં લખો અને તે કેવા પ્રકારની દશાંશ - અભિવ્યક્તિ છે તે જણાવો.

(2) નીચેની સંખ્યાઓનું સંમેય અને અસંમેય સંખ્યાઓમાં વર્ગીકરણ કરો.

(i) 0.5918 (ii) $0.2\overline{35}$ (iii) 3.2165432179

(iv) $3\sqrt{18}$ (v) $\sqrt{196}$

(3) છેદનું સંમેયીકરણ કરો.

(i) $\frac{2}{3\sqrt{3}}$ (ii) $\frac{\sqrt{40}}{\sqrt{3}}$ (iii) $\frac{3+\sqrt{2}}{4\sqrt{2}}$

(iv) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ (v) $\frac{1}{3+\sqrt{2}}$

પ્રકરણ 2

2.1 પદાવલિ

આપણે x, y, l, m જેવા અક્ષરોનો ઉપયોગ ચલને દર્શાવવા માટે કરીએ છીએ. ચલ જુદી જુદી કિંમતો ધારણ કરી શકે છે.

$$x \times x = x^2$$

$$x \times y \times y = xy^2$$

→ **પદાવલિના પદ**

- **એકપદી :** <u>**એવી પદાવલિ કે જેમાં માત્ર એક જ પદ હોય તો તેને એકપદી કહેવાય.**</u>

  દા.ત. $12x, 12, 25x, ab, -5x^2$

- **દ્વિપદી :** <u>**એવી પદાવલિ કે જેમાં માત્ર બે જ પદ હોય તો તેને દ્વિપદી કહેવાય.**</u>

  દા.ત. $a + b, x - y^2, 6xy - 5$

- **ત્રિપદી :** <u>**એવી પદાવલિ કે જેમાં માત્ર ત્રણ જ પદ હોય તો તેને ત્રિપદી કહેવાય.**</u>

  દા.ત. $x + y + z, ab + bc + bz, 6 + ab - b^2$

એકપદી, દ્વિપદી અને ત્રિપદીમાં વર્ગીકરણ કરો.

(i) $2x + y + 5l$	(ii) $8mn$	(iii) 500
(iv) $ab + a - b$	(v) $7p^2y - 8ny^2$	(vi) z^2
(vii) $3t + 5$	(viii) $7y - 10x$	(ix) $x^2 + y^2$

2.2 સજાતીય પદ અને વિજાતીય પદ

- **સજાતીય પદ :** <u>**જો બે કે તેથી વધુ પદમાં ચલ અને તેમના ઘાતાંક સમાન હોય, તો તેવા પદોને સજાતીય પદ કહે છે.**</u>

  દા.ત. $5ab - 6a + 15ab - 10$ ના પદમાં $5ab$ અને $15ab$ ના બીજગણિતીય સમાન અવયવો હોવાથી એ સજાતીય પદ છે.

● **વિજાતીય પદ :** **<u>બે કે તેથી વધુ પદમાં ચલ અને / અથવા તેમના ઘાતાંક સમાન ન હોય તો તેમને વિજાતીય પદ કહે છે.</u>**

$4xy - 3y + 9xy - 10$

$-3y$ અને -10 વિજાતીય પદ થશે.

● સજાતીય અને વિજાતીય પદમાં વર્ગીકરણ કરો.

(i) $mn^2, 5mn$ (ii) $-7ab, -10ab$ (iii) $6xy, -7yx$

(iv) $9a^2, 9b^2$ (v) $-5xy^2, y^2x$ (vi) $8xy, -3y$

● સહગુણક : **<u>ચલ પદ સાથે ગુણાયેલ સંખ્યાને તે ચલ પદનો સહગુણક કહે છે.</u>**

દા.ત. $-5xy^2$ માં -5 એ xy^2 નો સહગુણક છે.

$-ab$ માં -1 એ ab નો સહગુણક છે.

નીચેની પદાવલિમાં x ના સહગુણક લખો.

(i) x (ii) $5x - 2y$ (iii) $-7x^2+7x$ (iv) $-5x + y$

❖ **પદાવલિના સરવાળા અને બાદબાકી**

● **સજાતીય પદોના સરવાળા અને બાદબાકી**

(i) $5x$ અને $6x$ નો સરવાળો

$$5x + 6x = (5 \times x) + (6 \times x)$$
$$= x(5 + 6)$$
$$= x(11)$$
$$= 11x$$

(ii) $8xy, 4xy, 3xy$ નો સરવાળો

$$8xy + 4xy + 3xy = (8 \times xy) + (4 \times xy) + (3 \times xy)$$
$$= xy(8 + 4 + 3)$$
$$= xy(15)$$
$$= 15x$$

(iii) $5x - 4$ અને $7x + 5$ નો સરવાળો કરો.

$5x - 4 + 7x + 5$માં આપણે જાણીએ છીએ કે, $5x$ અને $7x$ તેમજ -4 અને 5 સજાતીય પદો છે.

$$= 5x + 7x - 4 + 5$$

$= \quad 12x + 1$

$\therefore \quad 5x - 4 + 7x + 5 = 12x + 1$

(iv) $3x - 4y$ માંથી $x + y$ બાદ કરો.

$= \quad 3x - 4y - (x + y)$

$= \quad 3x - 4y - x - y$

$= \quad 3x - x - 4y - y$

$= \quad 2x - 5y$

આમ, $3x - 4y - (x + y) = 2x - 5y$

સાદુંરૂપ આપો.

(1) $20b - 7b - 10 + 11b$

(2) $7z^3 - 5 - z^3 + 15$

(3) $a - (a - b) - b - c\,(b - a)$

સરવાળો કરો.

(1) $5ab - 3,\ 2 - 3ab$

(2) $4mn + 5,\ 3mn + 6$

(3) $15x + 10y - 4z,\ 6x - 8y + 2z$

બાદબાકી કરો.

(1) $-5xy$ માંથી $6xy$

(2) $(x + y)$ માંથી $(x - y)$

(3) $5x + y$ માંથી $4x - 2y$

2.3 બૈજિક પદાવલિઓ અને તેના પ્રકાર

→ **બૈજિક પદાવલિઓ :-** **<u>ચલ અને અચલને સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર કે ભાગાકારની ક્રિયાથી દર્શાવતી પદાવલિઓને બૈજિક પદાવલિઓ કહે છે.</u>**

ઉદા : $3-5x,\ 2x+5,\ \frac{x}{3}$..... વગેરે

→ **એક ચલ બહુપદીઓ**

$(a_n x^n + a_{n-1}\, x^{n-1} + a_{n-2}\, x^{n-2} + \ldots\ldots + \ldots\ldots a_0)$

જ્યાં $a_n \neq 0; a_0, a_1, a_2 \ldots, a_n$ અચળ છે.

ઉદા: $7x-3,\ 11x+\frac{7}{2}$ વગેરે ....

→ **અચળ બહુપદી**

$p(x)=a_0$ ને અચળ બહુપદી કહે છે. જ્યાં a_0 એ અચળ છે.

ઉદા: $P(x)=7$

- બહુપદીના પદોને આધારે પ્રકાર તથા કેટલીક અગત્યની બાબતો

ક્રમ	બહુપદીનો પ્રકાર	અર્થ	ઉદાહરણો	બહુપદીની ઘાત
1.	એકપદી	માત્ર એકજ પદ હોય	$2x, \frac{x}{3}, \sqrt{5}x$	1
2.	દ્વિપદી	બે જ પદ હોય	$2x+1, 6-5x,$ x^2+2	1 2
3.	ત્રિપદી	ત્રણ જ પદ હોય	$x^2-2x-3,$ $x^3+x^2+1,$ x^3+x-1	2 3 3

નોંધ : <u>બહુપદીની ઘાત એટલે જે ચલની મહતમ ઘાતાંક હોય તે બહુપદીની ઘાત કહેવાય છે.</u>

- **<u>જે પદાવલિમાં ચલ x નો ઘાતાંક ધન પૂર્ણાંક સંખ્યા હોય તેને બહુપદી કહેવાય છે.</u>**

ઉદા: બહુપદી કહેવાય

(1) $x-5$

(2) $x^2-\sqrt{2}x+1$

(3) $\sqrt{3}x+1$

બહુપદી ન કહેવાય

(1) $\sqrt{x}+1$

(2) $x^2-2\sqrt{x}+1$

(3) $x^{\frac{3}{2}}-2x+1$

(4) $\frac{1}{x}-\frac{x}{2}$

- આપેલ બહુપદીના સહગુણકોની માહિતી

<u>બહુપદીઓ :</u>

(1) $p(x) = x^2 - \sqrt{2}x + 4$

x^2 નો સહગુણક 1

x નો સહગુણક $-\sqrt{2}$

અચલ પદ 4

(2) $3x^4 - x^3 + 5x - 7$

x^4 નો સહગુણક 3

x^3 નો સહગુણક -1

x નો સહગુણક 5

અચલ પદ -7

નીચે આપેલ બહુપદીઓના પ્રત્યેક પદના સહગુણકો તથા બહુપદીની ઘાત લખો.

(1) $2 + x^2 + x$ (2) $\frac{\pi}{2}x^2 - x$ (3) $5x^4 - 3x^2 + x - 1$

(4) $x^3 - x + x^7 - 1$

- **બહુપદીઓના ઘાતના આધારે પ્રકારો**

(1) સુરેખ બહુપદી : **<u>જે બહુપદીમાં ચલની મહતમ એક ઘાત હોય તેને સુરેખ બહુપદી કહેવાય.</u>**

ઉદા: $x - 2;\ 3x + 1;\ \sqrt{5}x + 2$

(2) દ્વિઘાત બહુપદી : **<u>જે બહુપદીમાં ચલની મહત્તમ બે ઘાત હોય તેને દ્વિઘાત બહુપદી કહેવાય.</u>**

ઉદા: $3x^2 - 2;\ x^2 - 4x + 4;\ 1 - x - x^2$

(3) ત્રિઘાત બહુપદી : **<u>જે બહુપદીમાં ચલની મહત્તમ ત્રણ ઘાત હોય તેને ત્રિઘાત બહુપદી કહેવાય.</u>**

ઉદા: $x^3 - x^2 + x - 1;\ x^3 - 1$

2.4 બહુપદીનાં શૂન્યો

<u>જો કોઈ વાસ્તવિક સંખ્યા x માટે $p(x) = 0$ હોય, તો તે x ને બહુપદી $p(x)$ નું શૂન્ય કહે છે.</u>

બહુપદી $p(x)$ નાં શૂન્યોને સમીકરણ $p(x) = 0$ ના બીજ (ઉકેલ) કહે છે.

- **બહુપદીનાં શૂન્યો માટેના અગત્યના પરિણામો**

(1) 0 એ બહુપદીનું શૂન્ય હોઈ શકે, પરંતુ દરેક બહુપદીનું શૂન્ય 0 ન પણ હોય

(2) સુરેખ બહુપદીને અનન્ય (એક અને માત્ર એક જ) શૂન્ય હોય છે.

(3) સુરેખ બહુપદી સિવાયની બહુપદીઓને એક કરતાં વધારે શૂન્યો હોઈ શકે.

- **બહુપદીનું મૂલ્ય :**

x ની આપેલી કિંમતો માટે $p(x) = 5x - 4x^2 + 3$ બહુપદીનું મૂલ્ય શોધો જ્યાં $x = 0, 2$ અને -1 લો

ઉકેલ : (i) $x = 0$, માટે

$p(x) = 5x - 4x^2 + 3$

$p(0) = 5(0) - 4(0)^2 + 3$

$p(0) = 0 - 0 + 3$

$p(0) = 3$

(ii) $x = 2$, માટે

$p(x) = 5x - 4x^2 + 3$

$p(2) = 5(2) - 4(2)^2 + 3$

$p(2) = 10 - 4(4) + 3$

$p(2) = -3$

(iii) $x = -1$ માટે

$p(x) = 5x - 4x^2 + 3$

$p(-1) = 5(-1) - 4(-1)^2 + 3$

$p(-1) = -5 - 4(1) + 3$

$p(-1) = -5 - 4 + 3$

$p(-1) = -6$

નીચેના દાખલા ગણો.

(1) $p(t) = 2 + t + 2t^2 - t^3$ માં $t = 1, -1, 0$ લો

(2) $p(x) = x^2 - x + 1$ માં $x = 2, -2, 3$ લઈ બહુપદીની કિંમત શોધો

નીચે આપેલ બહુપદીના શૂન્યો શોધો.

(1) $p(x) = x + 5$ (2) $p(x) = x - 5$ (3) $p(x) = 2x + 5$ (4) $p(x) = 3x$

નોંધ : xની જે કિમત માટે બહુપદીનું મૂલ્ય શૂન્ય (0) થાય તે કિંમતને બહુપદીનું શૂન્ય કહે છે.

2.5 શેષ પ્રમેય અને અવયવ પ્રમેય

- **શેષ પ્રમેય**

ભાજ્ય = ભાજક × ભાગફળ + શેષ

$7 \div 2 \Rightarrow$

```
      3  ← ભાગફળ
2 | 7  ← ભાજ્ય
    -6
    1  ← શેષ
```

ઉ.દા. : 1 $P(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ **ને** $x + 1$ **વડે ભાગતાં, ભાગફળ અને શેષ શોધો.**

ઉકેલ : $(x^2 + 2x + 1) \leftarrow$ **ભાગફળ**

$$
\begin{array}{r|l}
x + 1 & x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \\
 & \underline{x^3 \pm x^2} \\
 & \quad 2x^2 + 3x \\
 & \quad \underline{2x^2 \pm 2x} \\
 & \qquad x + 1 \\
 & \qquad \underline{x \pm 1} \\
 & \qquad\quad 0 \leftarrow \text{શેષ}
\end{array}
$$

ભાગફળ = $x^2 + 2x + 1$ અને શેષ = 0 મળે છે.

જાતે ગણો :

$p(x) = x^3 + 3x^2 + 3x = 1$ ને અનુક્રમે $x-1$, $x-\frac{1}{2}$ અને $2x+5$ વડે ભાગતાં ભાગફળ અને શેષ શોધો.

- **<u>અવયવ પ્રમેય</u>**

જો બહુપદી $p(x)$ની ઘાત એક કે તેનાં કરતાં વધુ હોય તો અને a વાસ્તવિક સંખ્યા હોય તો,

(i) જો $p(a) = 0$ હોય તો $x - a$ એ $p(x)$ નો એક અવયવ છે.

(ii) જો $x - a$ એ $p(x)$ નો અવયવ હોય તો $p(a) = 0$ થાય.

ઉ.દા.: 2 $(x + 2)$ એ (i) $x^3 + 3x^2 + 5x + 6$ અને (ii) $2x + 4$ નો અવયવ છે કે નહિ તે ચકાસો.

ઉકેલ :

(i) $p(x) = (x^3 + 3x^2 + 5x + 6)$

અહીં $x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$ લેતાં,

$p(-2) = (-2)^3 + 3(-2)^2 + 5(-2) + 6$

$= -8 + 3(4) - 10 + 6 = -8 + 12 - 10 + 6$

$\therefore p(-2) = 0$

(ii) $q(x) = 2x + 4$

અહીં $x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$ લેતાં,

$p(-2) = 2(-2) + 4$

$= -4 + 4$

$p(-2) = 0$

$\therefore (x + 2)$ એ $p(x)$ અને $q(x)$ નો અવયવ છે.

✍ **જો $x + 1$ એ $p(x)$ જો અવયવ હોય, તો K ની કિંમત શોધો.**

(i) $p(x) = x^2 + x + K$ (ii) $p(x) = 2x^2 + Kx + \sqrt{2}$

(iii) $p(x) = Kx^2 - \sqrt{2}\,x + 1$ (iv) $p(x) = Kx^2 - 3x + K$

વિસ્તરણ માટેનાં અગત્યના મુદ્દાઓ :-

(i) $2x\,(3x+5)$

$= 2x\,(3x) + 2x\,(5)$

$= 6x^2 + 10x$

(ii) $-2x\,(9x-11)$

$= (-2x)\,(9x) - 2x\,(-11)$

$= -18x^2 + 22x$

(iii) $(x + a)\ \ (x + b)$

ગુણાકાર ગુણાકાર

$= x\ \ (x + b) + a\,(x + b)$

ગુણાકાર ગુણાકાર

$= x^2 + xb + ax + ab$

(iv) $(a + b)\,(x^2 - 2xy - y^2)$

$= a\,(x^2 - 2xy - y^2) + b\,(x^2 - 2xy - y^2)$

$= ax^2 - 2axy - ay^2 + bx^2 - 2bxy - by^2$

❖ **કેટલાંક અગત્યના નિત્યસમો**

(i) $(x + a)\,(x + b) = x^2 + x\,(a + b) + ab$

(ii) $(a + b)\,(a - b) = a^2 - b^2$

(iii) $(a \pm b)\,(a^2 \pm ab + b^2) = a^3 \pm b^3$

(iv) $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

(v) $(a \pm b)^3 = a^3 \pm b^3 \pm 3ab\,(a \pm b)$

2.6 અવયવ અને વિશિષ્ટ અવયવની રીત

(I) **પૂર્ણવર્ગની રીત :-**

(1) $4x^2 + 4x + 1$

$= (2x)^2 + 2\,(2x)\,(1) + 1^2$

$= (2x + 1)^2$

(2) $2x^2 - 12x + 18$

$= 2(x^2 - 6x + 9)$

$= 2\,[(x)^2 - 2\,(x)\,(3) + (3)^2]$

$= 2\,(x-3)^2$

✍ જાતે ગણો :	(1)	$36x^2 - 12xy + y^2$	(2)	$2x^2 - 4x + 2$
	(3)	$256x^2y^2 + 96xy + 9$		

(II) $a^2 - b^2$ **ની રીત :-**

(1) $9x^2y^2 - 1$

$= (3xy)^2 - (1)^2$

$= (3xy + 1)(3xy - 1)$

(2) $2x^2 - 25$

$= (\sqrt{2}\,x)^2 - (5)^2$

$= (\sqrt{2}\,x + 5)(\sqrt{2}\,x - 5)$

✍ જાતે ગણો :	(1)	$36a^2b^2 - 49$	(2)	$3a^2 - 121$
	(3)	$225 - 81x^2$	(4)	$100a^2 - 324b^2$

2.7 પ્રમાણિત નિત્યસમ

<u>દ્વિપદીના ગુણાકાર તથા સંખ્યાઓના ગુણાકાર આધારિત કોયડાઓના ઉકેલ માટે નિત્યસમનો ઉપયોગ એ સરળ છે. જે માટે નીચેના નિત્યસમનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે.</u>

- ❖ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- ❖ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab - b^2$
- ❖ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
- ❖ $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

→ **$(x + 3)$ અને $(x + 3)$ નો ગુણાકાર**

$(x + 3)(x + 3) = (x + 3)^2$

$= x^2 + 2(x)(3) + (3)^2$

$= x^2 + 6x + 9$

→ **$(b - 7)^2$**

$(b - 7)^2 = b^2 - 2(b)(7) + (7)^2$

$= b^2 - 14b - 49$

→ **$(2x + 5y)$ અને $(2x + 3y)$ નો ગુણાકાર કરો.**

$(2x + 5y)(2x + 3y)$

$= (2x)^2 + (5y + 3y)(2x) + (5y)(3y)$

$= 4x^2 + (8y)(2x) + 15y^2$

$= 4x^2 + 16xy + 15y^2$

→ **$51^2 - 49^2$ ની કિંમત શોધો.**

$51^2 - 49^2 = (51 - 49)(51 + 49)$

$= (2)(100)$

$= 200$

✍ આજ રીતે યોગ્ય નિત્યસમનો ઉપયોગ કરી નીચેના દાખલાની ગણતરી કરો.

(i) $(71)^2$ (ii) $153^2 - 147^2$ (iii) 103×104

(iv) 103×97 (v) $(4x + 5)(4x - 1)$ (vi) $(3a - \frac{1}{2})(3a + \frac{1}{2})$

(vii) $(2xy + 5y)^2$ (viii) $(b - 9)^2$ (ix) 501×502

(x) 297×303

(III) ($ax^2 + bx + c$) ના અવયવની રીત

(i) $12x^2 - 7x + 1$ (12ના અવયવ પાડતાં $12 \times 1 = 12$)

$-4 \quad -3$

$= 12x^2 - 4x - 3x + 1$

$= 4x(3x - 1) - 1(3x - 1)$

$= (3x - 1)(4x - 1)$

(ii) $2x^2 + 7x + 3$ $2 \times 3 = +6$ (6ના અવયવ પાડતાં)

$= 2x^2 + 6x + x + 3$ $(6 + 1 = 7)$

$= 2x(x + 3) + 1(x + 3)$ $(6 \times 1 = 6)$

$= (x + 3)(2x + 1)$

(iii) $15x^2 + 16x - 15$ 15×15

$= 15x^2 + 25x - 9x - 15$ 5 3 5 3

$= 5x(3x + 5) - 3(3x + 5)$ $+25 \quad -9$

$= (3x + 5)(5x - 3)$

✍ અવયવ પાડો :

(i) $12x^2 - x - 1$ (ii) $2x^2 + 3x + 1$

(iii) $12a^2 - 25ab + 12b^2$ (iv) $7x^2 + 12x + 5$

(v) $9x^2 - 21xy + 10y^2$

(IV) ત્રણ પદોની પૂર્ણવર્ગની રીત

(i) $4x^2 + 9y + 16z^2 + 12xy - 24yx - 16xz$

$= (2x)^2 + (3y)^2 + (-4z)^2 + 2\,(2x)\,(3y) + 2\,(3y)\,(-4z) + 2\,(-4z)\,(2x)$

$= (2x+3y-4z)^2$

(ii) $25a^2 + b^2 + 49c^2 - 10ab + 14bc - 70ac$

$= (5a)^2 + (-b)^2 + (-7c)^2 + 2\,(5a)\,(-b) + 2\,(-b)\,(-7c) + 2\,(-7c)\,(5a)$

$= (5a - b - 7c)^2$

અવયવ પાડો :

(i) $4x^2 + y^2 + z^2 - 4xy - 2yz + 4xz$

(ii) $9x^2 + 25y^2 + 1 + 30xy - 10y - 6x$

(iii) $16a^2 + 9b^2 + 121 - 24ab + 66b - 88a$

(V) પૂર્ણ ઘનની રીત - ભાગ - I

$8a^3 + b^3 + 12a^2b + 6ab^2$

$= (2a)^3 + (b)^3 + 3\,(2a)\,(b)\,(2a+b)$

$= (2a + b)^3$

અવયવ પાડો :

(1) $27a^3 + b^3 + 18a^2b + 9ab^2$ (2) $216x^3 + 125y^3 + 540x^2y + 450xy^2$

$\rightarrow$ $125\,a^3 - b^3 - 75a^2b + 15ab^2$

$= (5a)^3 - (b)^3 - 3\,(5a)\,(b)\,(5a-b)$

$= (5a - b)^3$

અવયવ પાડો :

(i) $8x^3 - y^3 - 12x^2y + 6xy^2$ (iii) $27x^3 - 1/216 - 9/2x^2 + 1/4x$

(ii) $64a^3b^3 - 1 - 48a^2b^2 + 12ab$ (iv) $27 - 125p^3 - 135p + 225p^2$

ભાગ - II

(1) $27a^3 + 125$

$= (3a)^3 + (5)^3$

$= (3a + 5)(9a^2 - 15a + 25)$

(2) $64x^3 - 343y^3$

$= (4x)^3 - (7y)^3$

$= (4x - 7y)[(4x)^2 + (4x)(7y) + (7y)^2]$

$= (4x - 7y)(16x^2 + 28xy + 49y^2)$

અવયવ પાડો :

(i) $125x^3y^3 + 1$ (ii) $216a^3 - 1$

(iii) $8a^3b^3 - 27$ (iv) $512 - m^3$

- **વિશિષ્ટ અવયવની રીત**

$x^3+y^3+z^3 - 3xyz = (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$

ઉદા. (1) $27^3 + y^3 + z^3 - 9xyz$

$= (3x)^3 + (y)^3 + (z)^3 - 3(3x)(y)(z)$

$= (3x+y+z)[(3x)^2 + (y)^2 + (z)^2 - (3x)(y) - (y)(z) - (z)(3x)]$

$= (3x + y + z)(9x^2 + y^2 + z^2 - 3xy - yz - 3xz)$

નીચેના દાખલા ગણો.

(i) $64a^3 + b^3 + c^3 - 12abc$

(ii) $8a^3 + 27b^3 + 1 - 18ab$

(iii) સીધો ગુણાકાર કર્યા સિવાય નિત્યસમનો ઉપયોગ કરીને નીચેના ગુણાકારની કિંમત મેળવો.

(1) 103 x 107 (2) 96 x 96 (3) 104 x 96

(iv) યોગ્ય નિત્યસમનો ઉપયોગ કરીને કિંમત મેળવો.

(1) $(99)^3$ (2) $(102)^3$ (3) $(998)^3$

$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ માં $a + b + c = 0$ થાય તો $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ નો ઉપયોગ કરી કિંમતો શોધવી.

ઉદાહરણ-1 $(-10)^3 + (7)^3 + (3)^3$ ની કિંમત શોધો.

ઉકેલ $a = -10$ $b = 7$ $c = 3$

$a+b+c = 0$

$\therefore a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ થાય.

$\therefore (-10)^3 + (7)^3 + (3)^3 = 3(-10)(7)(3)$

$\therefore (-10)^3 + (7)^3 + (3)^3 = -630$

ઉદાહરણ-2 $(28)^3 + (-15)^3 + (-13)^3$ ની કિંમત શોધો.

ઉકેલ $a = 28$ $b = -15$ $c = -13$

$a+b+c = 0$ $\therefore a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ થાય.

$\therefore (28)^3 + (-15)^3 + (-13)^3 = 3(28)(-15)(-13)$

$= 16380$

યોગ્ય નિત્યસમનો ઉપયોગ કરી કિંમત શોધો.

(i) $(-15)^3 + (10)^3 + (5)^3$ (iii) $(11)^3 + (-7)^3 (-4)^3$

(ii) $(25)^3 + (-16)^3 + (-9)^3$ (iv) $(-13)^3 + (9)^3 + (4)^3$

નીચેના વિધાનો સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી જવાબ લખો.

(1) નીચેની પૈકી કઈ અભિવ્યક્તિ બહુપદી છે.

(a) $\frac{x^2}{2} - \frac{2}{x^2}$ (b) $\sqrt{2x} - 1$ (c) $x^2 + \frac{3x^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{x}}$ (d) $\frac{x-1}{x+1}$

(2) બહુપદી $\sqrt{7}$ ની ઘાત ..... છે.

(a) 2 (b) 0 (c) 1 (d) $\frac{1}{2}$

(3) $4x^4 + 0x^3 + 0x^5 + 5x + 7$ બહુપદીની ઘાત ..... છે.

(a) 4 (b) 1 (c) કોઈપણ પ્રાકૃતિક સંખ્યા (d) અવ્યાખ્યાયિત

(4) શૂન્ય બહુપદીની ઘાત ..... છે.

(a) 0 (b) 1 (c) કોઈપણ પ્રાકૃતિક સંખ્યા (d) અવ્યાખ્યાયિત

(5) જો $P(x) = x^2 - 2\sqrt{2}\,x + 1$ હોય તો, $P(2\sqrt{2}) =$ .....

(a) 0 (b) 1 (c) $4\sqrt{2}$ (d) $8\sqrt{2} + 1$

(6) $x = -1$ આગળ બહુપદી $5x - 4x^2 + 3$ ની કિંમત ..... છે.

(a) -6 (b) 6 (c) 2 (d) -2

(7) જો $P(x) = x - 3$ હોય તો, $P(-a) - P(a) =$ _____

(a) 3 (b) $-2a$ (c) 0 (d) 6

(8) $P(x) = 7x - 4$ બહુપદીનું શૂન્ય ..... છે.

(a) $\frac{7}{4}$ (b) $\frac{4}{7}$ (c) $\frac{-7}{4}$ (d) $\frac{-4}{7}$

(9) $x^{2020} + 2020$ ને $x - 1$ વડે ભાગતાં મળતી શેષ ..... છે.

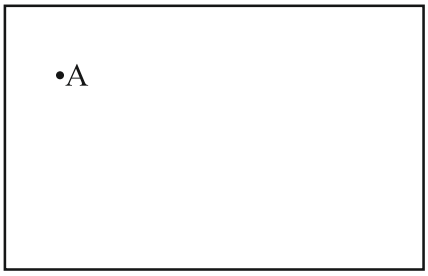
(a) 0 (b) 1 (c) 2020 (d) 2021

(10) $(49x^2 - 1) + (1 + 7x)$ નો એક અવયવ ..... છે.

(a) $(7x - 1)$ (b) $(1 + 7x)$ (c) $7 - x$ (d) $7 + x$

પ્રકરણ 3

રેખીય આલેખ કેટલાક રેખાખંડોને પરસ્પર જોડીને બનાવવામાં આવે છે. ક્યારેક આ આલેખ એક પૂરી અખંડિત રેખા સ્વરૂપે પણ હોઇ શકે છે. આ આલેખ દોરવા માટે આલેખપત્ર પર કેટલાક બિંદુઓ દર્શાવવાની જરૂર પડે છે. તેના માટે બિંદુઓની સ્થિતિ નક્કી કરીએ.

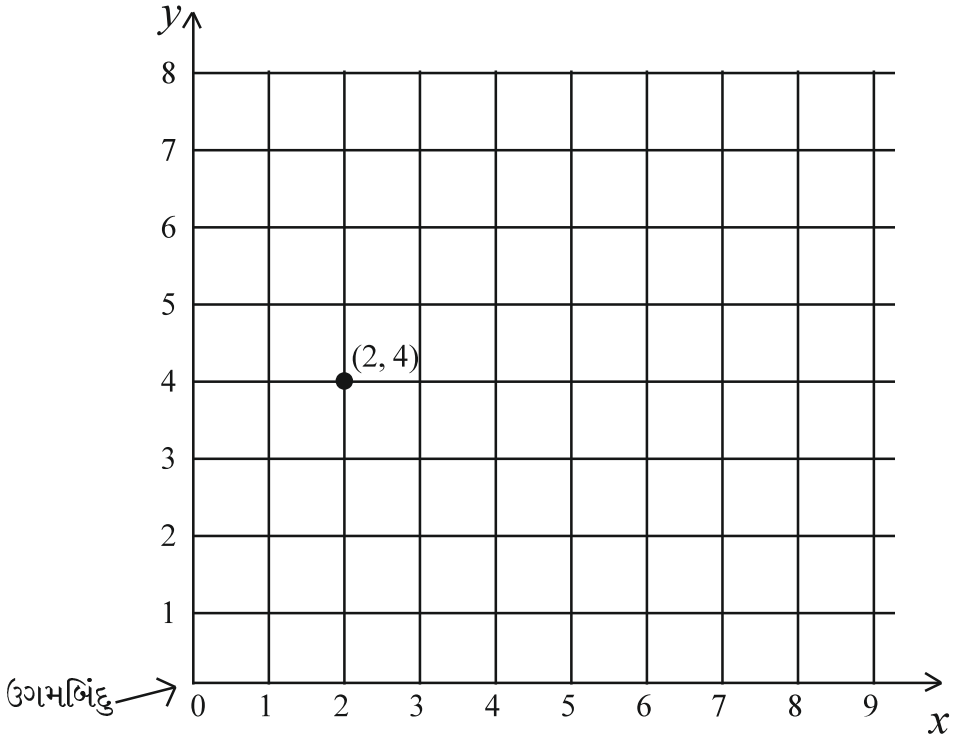


અહીં બિંદુ A નું સ્થાન ક્યા છે?

તો બધા વિદ્યાર્થીઓનો જવાબ અલગ–અલગ આવશે.

આથી આપણે તેનું સ્થાન નક્કી કરવું પડે.

સ્થાન નક્કી કરવા માટે આલેખપત્રનો ઉપયોગ કરીશું.



અહીં આપણે આડી રેખાને x અક્ષ અને ઉભી રેખાને y અક્ષ કહે છે.

બિંદુ (2, 4) માં 2 એ x નિર્દેશાંક અને

4 એ y નિર્દેશાંક છે.

બિંદુ (2, 4) અને (4, 2) બંને અલગ અલગ બિંદુ દર્શાવે છે.

(2, 4) માં x નિર્દેશાંક 2 અને y નિર્દેશાંક 4 છે.

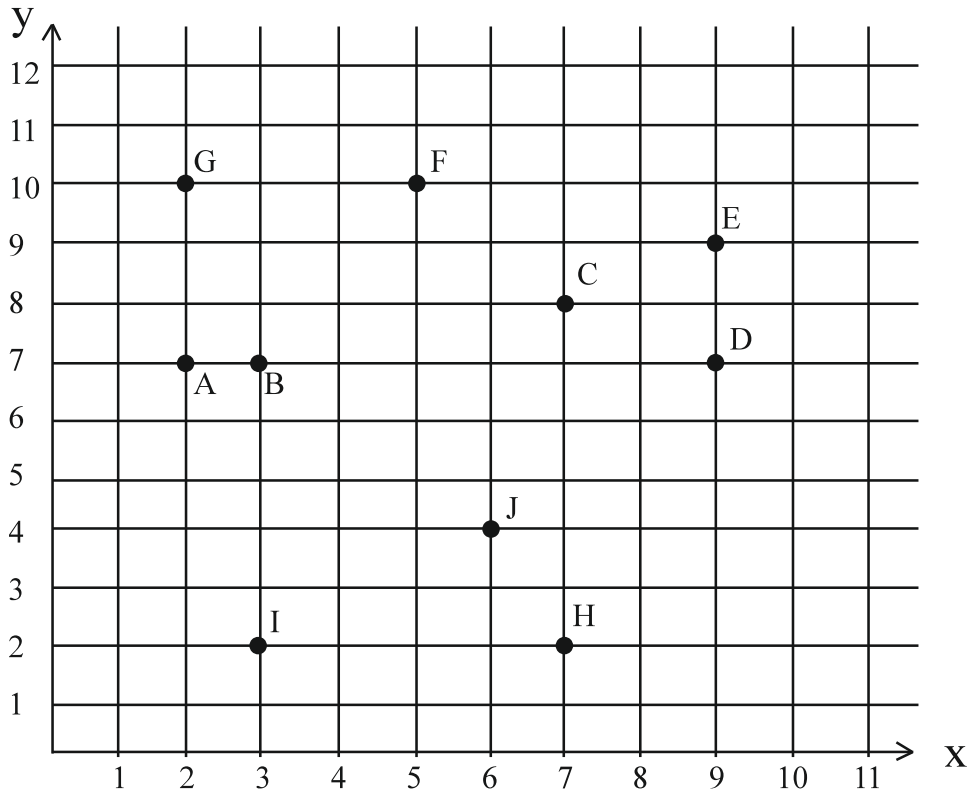
જ્યારે (4,2) માં x નિર્દેશાંક 4 અને y નિર્દેશાંક 2 છે.

→ O (0, 0) ને ઉગમબિંદુ કહે છે.

→ બિંદુ (2, 4) દર્શાવે છે કે તે બિંદુ સુધી પહોંચવવા માટે પહેલા ઉગમબિંદુથી જમણીબાજુ 2 એકમ અને પછી 4 એકમ ઉપર જવું.

❍ કોઈપણ બિંદુનું સ્થાન દર્શાવતા પહેલા x નિર્દેશાંક અને પછી y નિર્દેશાંક દર્શાવવામાં આવે છે.

નીચેના આલેખ પરથી પ્રશ્નોના યોગ્ય જવાબ આપો.



(1) બિંદુઓ A, B, C, D, E અને F ના સ્થાન જણાવો.

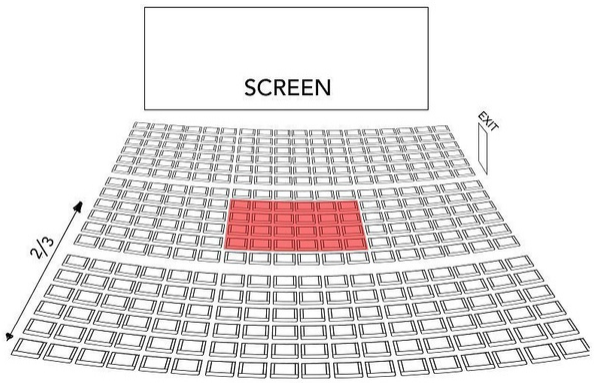
(2) (7, 2) ક્યું બિંદુ દર્શાવે છે ?

(3) બિંદુ B અને બિંદુ J ના x - નિર્દેશાંક સમાન છે ?

(4) ઉગમબિંદુના નિર્દેશાંક જણાવો.

(5) ઉગમબિંદુથી 7 એકમ જમણીબાજુ અને x અક્ષથી ઉપર 8 એકમ જતા ક્યું બિંદુ આવશે?

→ અગાઉ તમે ધોરણ-8 માં આલેખ તેમજ સંખ્યારેખા પર બિંદુના નિરૂપણ વિશે અભ્યાસ કરીને આવ્યા છો. તેના વિશે વધુ અભ્યાસ આપણે આ પ્રકરણમાં કરીશું.

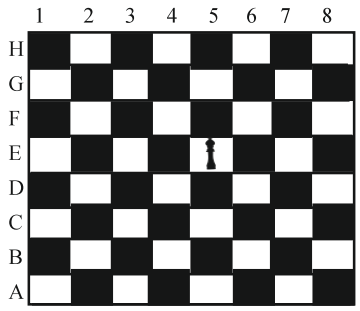


→ ધારો કે તમે સિનેમાગૃહમાં જાવો છો, તમે ખરીદેલ ટીકીટ પર અંગ્રેજી મૂળાક્ષર અને નંબર લખેલ હોય છે. ટીકીટ પર લખેલ અંગ્રજી મૂળાક્ષર એ સિનેમાગૃહની બેઠકવ્યવસ્થાની હરોળ દર્શાવે છે તેના પર નંબર જે તે હરોળમાં તમારી બેઠક દર્શાવે છે.

→ આમ, સમતલમાં કોઈપણ બિંદુને ચોક્કસ રીતે દર્શાવવા માટે બે સંદર્ભની જરૂર પડે છે, જેમાંનું એક હરોળ અને બીજું સ્તંભ પર આવેલું હોય છે.

→ બાજુની આકૃતિમાં તમારે ઊંટનું સ્થાન દર્શાવવું હોય તો તમારે અંગ્રેજી મૂળાક્ષર E અને અંક 5 ની જરૂર પડે.

ઊંટનું સ્થાન = E5



ચેસ

સ્વપ્રયત્ન કરો

(i) તમારા ઘરમાં આવેલ રસોડા પર મૂકેલ માટલા /(વોટર પ્યોરીફાયર) નું સ્થાન તમારા મિત્રને જણાવો.

(ii) તમારા રૂમમાં મૂકેલ તમારા અભ્યાસના ટેબલનું સ્થાન તમારા મિત્રને જણાવો.

3.1 કાર્તેઝીયન પદ્ધતિ

<u>બિંદુઓને (ભૂમિતિને) આ રીતે દર્શાવવાની પદ્ધતિ સૌ પ્રથમ રેને દે કાર્તે દ્વારા આપવામાં આવી હોવાથી આ પદ્ધતિને કાર્તેઝીયન પદ્ધતિ તરીકે ઓળખવામાં આવે છે. બિંદુને ક્રમયુક્ત જોડ તરીકે ઓળખાય છે.</u>

3.2 પારિભાષિક શબ્દ

⇨ X અક્ષ:- સમક્ષિતિજ રેખાને સમાંતર આડી લીટી (રેખા) ને X અક્ષ કહે છે. તેને રેખા xx' વડે દર્શાવાય છે.

⇨ Y અક્ષ :- x અક્ષને શિરોલંબ રેખા (ઉભી લીટી) ને Y અક્ષ કહે છે. તેને રેખા yy' વડે દર્શાવાય છે.

⇨ યામાક્ષ :- X અક્ષ અને Y અક્ષની રેખાઓને યામાક્ષ કહે છે.

⇨ ઉગમબિંદુ:- યામાક્ષોના છેદબિંદુને ઉગમબિંદુ કહે છે. તેને O (ઓ) વડે દર્શાવાય છે.

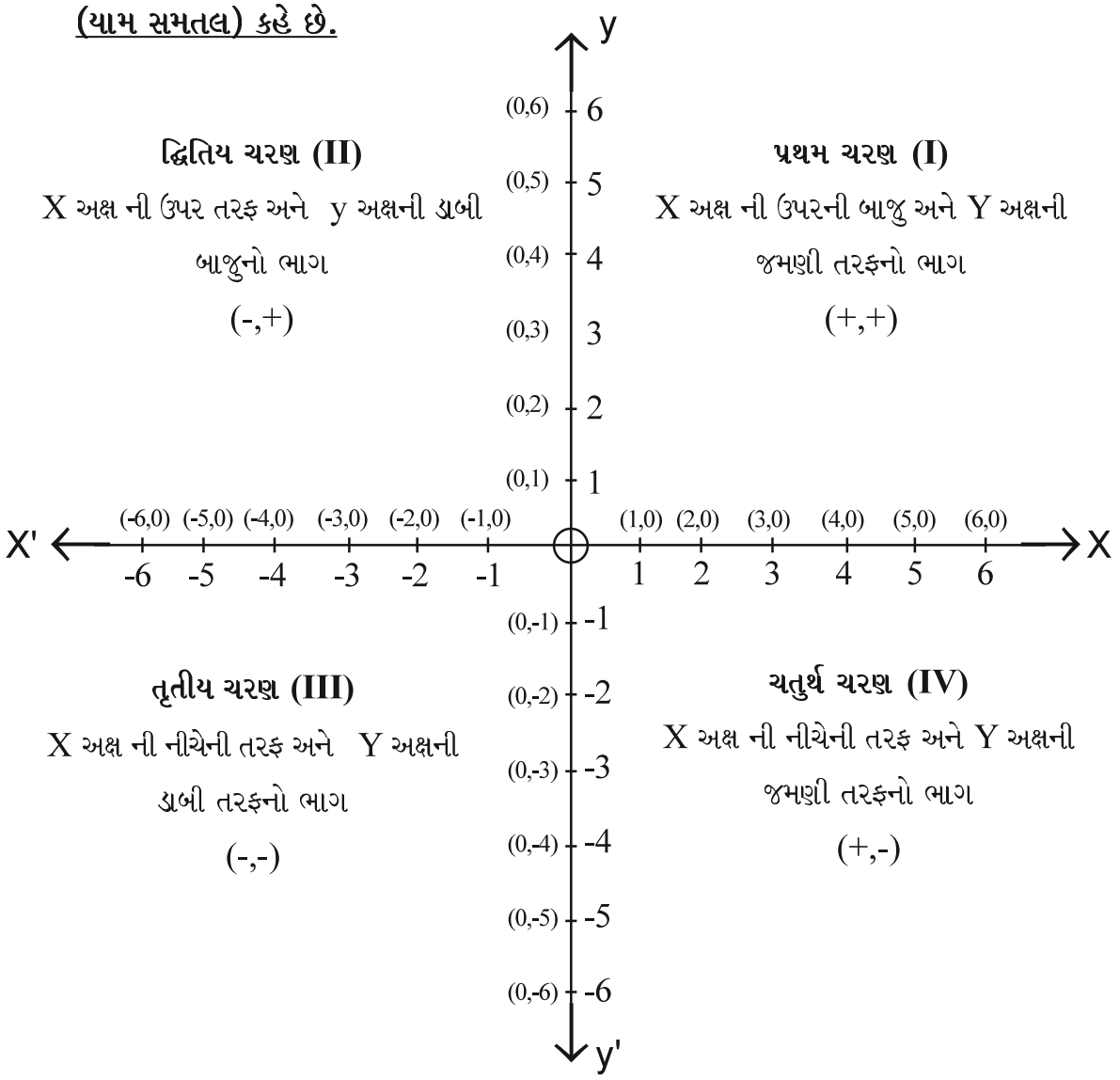
- **યાદ રાખો. –** ઉગમબિંદુના યામ O (0, 0) છે.
  - યામાક્ષો પરસ્પર લંબ હોય છે એટલે કે તે છેદે ત્યાં 90° કાટખૂણો બને છે.
  - ધન સંખ્યાઓને X અક્ષ અને Y અક્ષ પર અનુક્રમે ox અક્ષ (ઉગમબિંદુથી જમણી બાજુ) અને oy (ઉગમબિંદુથી ઉપરની તરફ) દર્શાવાય છે.

  → ઋણ સંખ્યાઓને x અક્ષ અને y અક્ષ પર અનુક્રમે ox' અક્ષ (ઉગમબિંદુની ડાબી બાજુ) અને oy' (ઉગમબિંદુથી નીચેની તરફ) દર્શાવાય છે.

  → આલેખમાં દર્શાવેલ બિંદુને ક્રમયુક્તજોડ તરીકે ઓળખવામાં આવે છે.

  → બિંદુ (ક્રમયુક્ત જોડ) માં દર્શાવેલ પ્રથમ યામ x–યામ છે જેને કોટિ અને બીજો યામ Y–યામ છે ભુજ કહે છે.

- **યામ સમતલ :–** ***X* અક્ષ અને *Y* અક્ષથી રચાતા સમતલને *XY* સમતલ અથવા કાર્તેઝીય સમતલ (યામ સમતલ) કહે છે.**



- **ચરણ/પાદ :-** **<u>યામાક્ષોનાં છેદવાથી યામ સમતલનું ચાર ભાગમાં વિભાજન થાય છે. પ્રત્યેક ભાગને ચરણ કે યાદ કહે છે. જેને ઘડિયાળની વિરૂદ્ધ દિશામાં નામાંકન કરવામાં આવે છે.</u>**

  X અક્ષ પર Y–યામ શૂન્ય અને Y અક્ષ પર X યામ શૂન્ય હોય છે.

નીચે આપેલ આકૃતિના આધારે નીચેની ખાલી જગ્યા પૂરો.

(i) બિંદુ A નો કોટિ _____ અને ભુજ _____ છે. આથી બિંદુ A ના યામ (____, ____) છે.

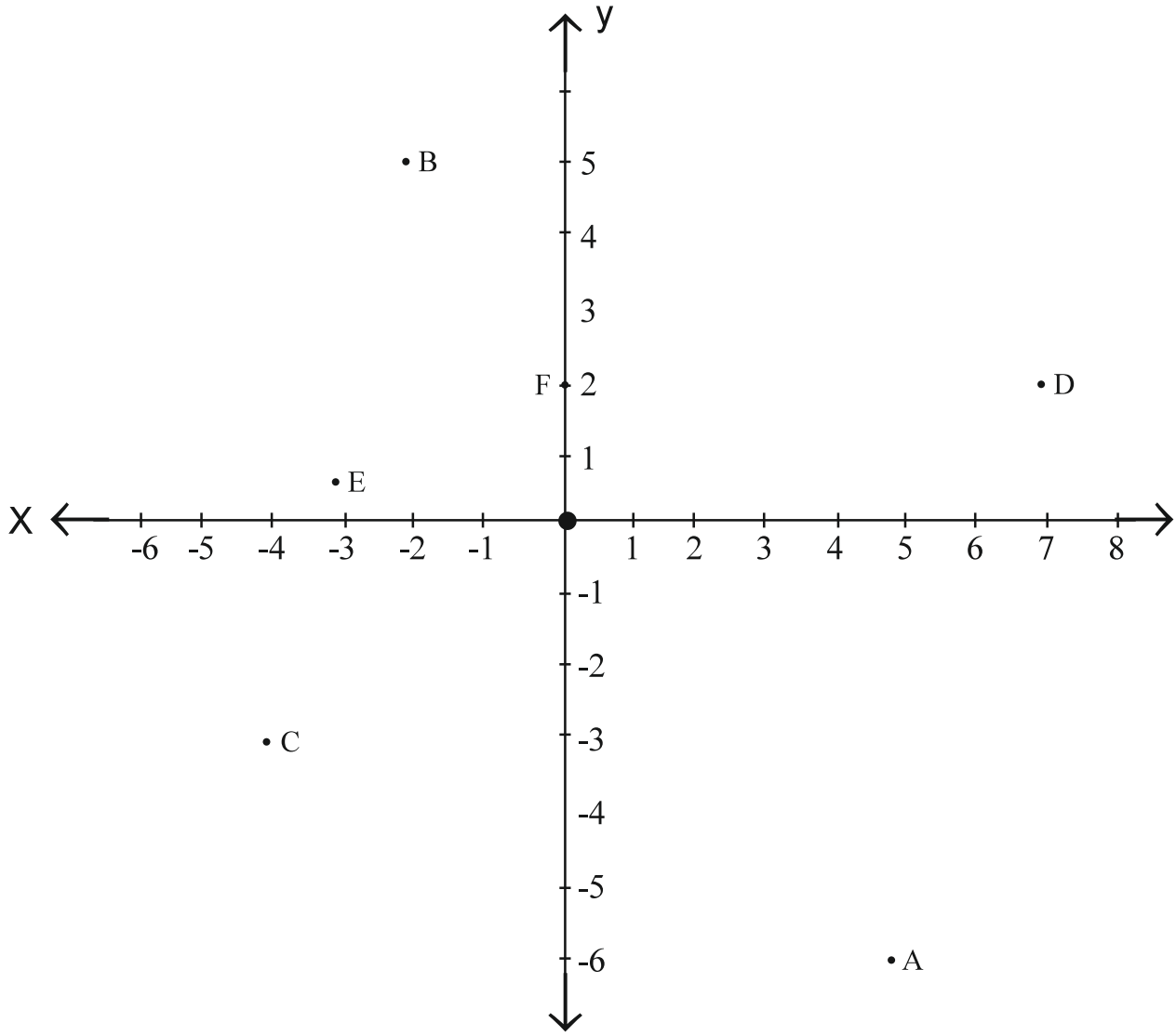
(ii) બિંદુ B નો કોટિ _____ અને ભુજ _____ છે. આથી બિંદુ B ના યામ (____, ____) છે.

(iii) બિંદુ C નો કોટિ _____ અને ભુજ _____ છે. આથી બિંદુ C ના યામ (____, ____) છે.

(iv) બિંદુ D નો કોટિ _____ અને ભુજ _____ છે. આથી તેના યામ (__, __) છે.

(v) બિંદુ E નો x યામ _____ અને y યામ _____ છે. માટે તેના યામ (____, ____) છે.

(vi) બિંદુ F નો x યામ _____ અને y યામ _____ છે. આથી તેના યામ (____, ____) છે.



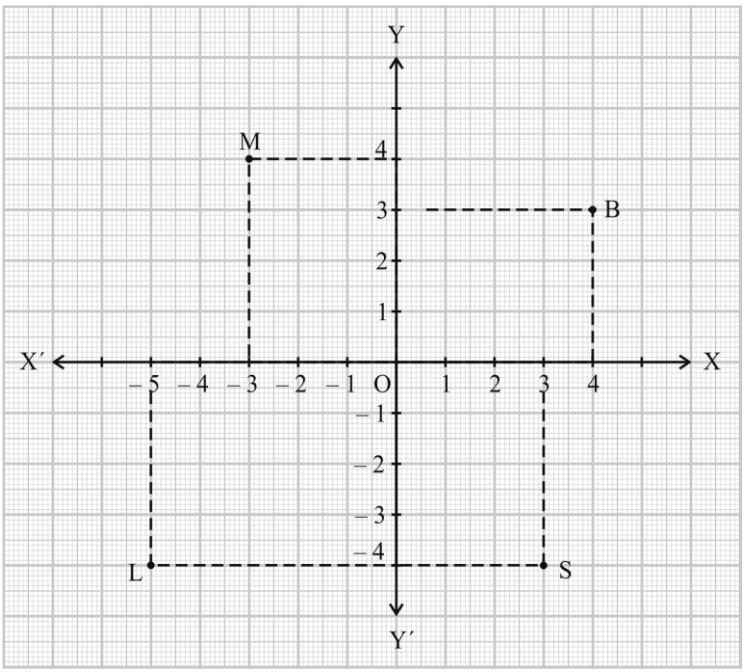
નીચે દર્શાવેલ આલેખ પરથી ખાલી જગ્યા પૂરો.

(i) બિંદુ B ના કોટિ અને ભુજ અનુક્રમે _____ અને _____ છે. આથી બિંદુ B ના યામ (____, ____) છે.

(ii) બિંદુ M ના x-યામ અને y-યામ અનુક્રમે _____ અને _____ છે. આથી બિંદુ M ના યામ (____, ____) છે.

(iii) બિંદુ L ના x-યામ અને y-યામ અનુક્રમે _____ અને _____ છે. આથી બિંદુ L ના યામ (____, ____) છે.

(iv) બિંદુ S ના x-યામ અને y-યામ અનુક્રમે _____ અને _____ છે. આથી બિંદુ S ના યામ (____, ____) છે.



આપેલ અક્ષો પરનાં બિંદુઓના યામ લખો.

(i) બિંદુ A y-અક્ષથી 4 અંતરે છે અને x-અક્ષથી 0 અંતરે છે

તેથી બિંદુ A અ નો x-યામ 4 છે અને y-યામ 0 છે. આથી

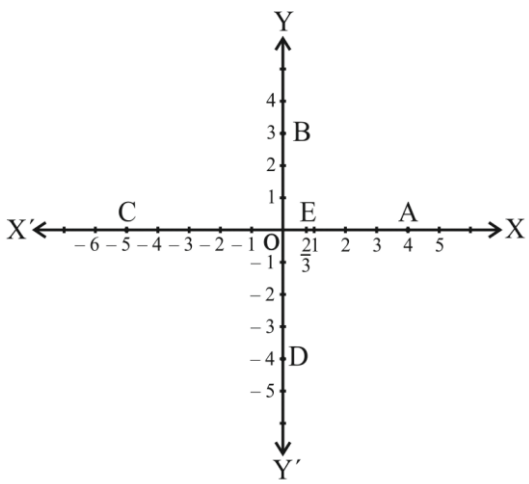
બિંદુ Aના યામ (4, 0) છે.

(ii) શા માટે બિંદુ B ના યામ (0, 3) છે ?

(iii) શા માટે બિંદુ C ના યામ (–5, 0) છે ?

(iv) શા માટે બિંદુ D ના યામ (0, –4) છે ?

(v) શા માટે બિંદુ E ના યામ ($\frac{2}{3}$, 0) છે ?



નીચેના દરેક પ્રશ્નના જવાબ તમારી નોટબુકમાં લખો.

(i) યામ-સમતલમાં કોઈપણ બિંદુ દર્શાવવા ઉપયોગમાં લેવાતી સમક્ષિતિજ અને શિરોલંબ રેખાઓનાં નામ આપો.

(ii) આ બે રેખાઓથી બનતા સમતલના દરેક ભાગનું નામ જણાવો.

(iii) આ બે રેખાઓ જ્યાં છેદે તે બિંદુનું નામ લખો.

2. આકૃતિ 3 ના આધારે માગ્યા પ્રમાણે જવાબ લખો :

(i) બિંદુ B ના યામ જણાવો.

(ii) બિંદુ C ના યામ જણાવો.

(iii) (– 3, – 5) દ્વારા દર્શાવાતું બિંદુ લખો.

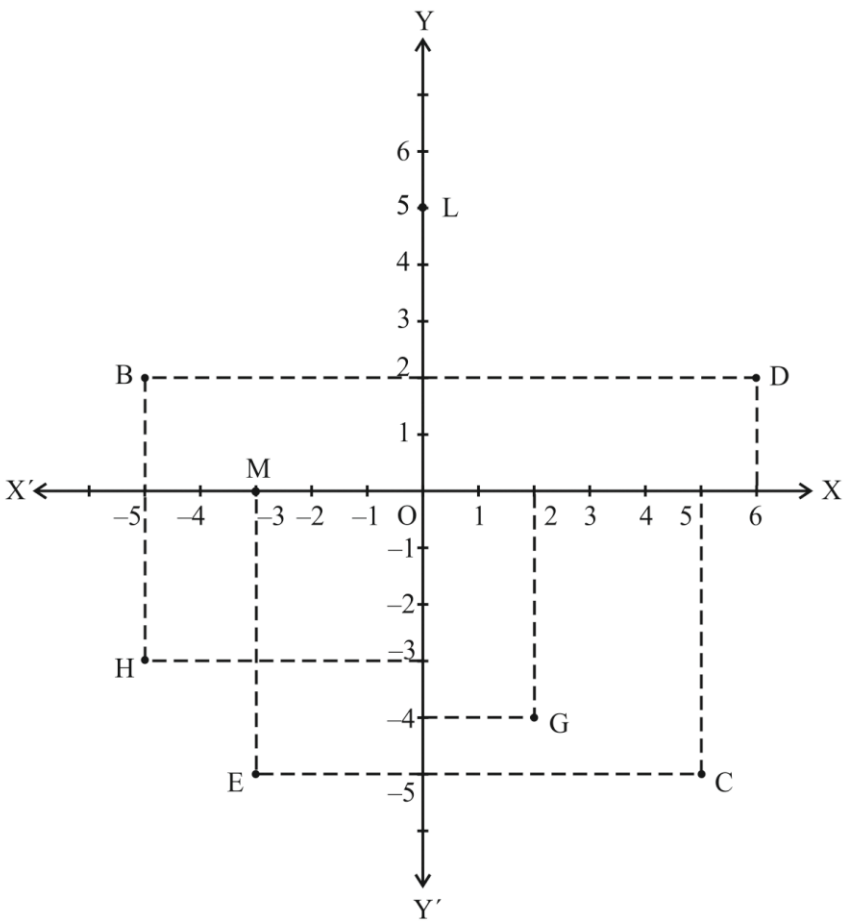
(iv) (2, – 4) દ્વારા દર્શાવાતું બિંદુ લખો.

(v) બિંદુ D નો x-યામ જણાવો.

(vi) બિંદુ H નો y-યામ જણાવો.

(vii) બિંદુ L ના યામ જણાવો.

(viii) બિંદુ M ના યામ જણાવો.



નીચે આપેલ ક્રમયુક્ત જોડને યામસમતલમાં દર્શાવ્યા વગર તેમનું સ્થાન જણાવો.

(i) $\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$ અહીં x યામ $\frac{-1}{2}$ (ઋણ) અને y યામ $\frac{+1}{2}$ (ઘન) છે માટે, આપેલ બિંદુ દ્વિતિય ચરણ (–, +) માં છે.

(ii) (3, 4) અહીં બંને યામ ઘન છે. (++) માટે આપેલ બિંદુ પ્રથમ ચરણમાં છે.

(iii) (0, –5) અહીં x યામ શૂન્ય અને y યામ ઋણ હોવાથી y અક્ષ પર (oy') આપેલ છે.

(iv) $(-5, \frac{-7}{2})$ અહીં બંને યામ ઋણ (–, –) હોવાથી બિંદુ તૃતિય ચરણમાં આવેલ છે.

(v) (–5, 0) અહીં y યામ શૂન્ય અને x યામ ઋણ હોવાથી x અક્ષ પર (ox') આપેલ છે.

નીચેની ક્રમયુક્ત જોડને યામ સમતલમાં દર્શાવો. (સ્કેલમાપ1 સેમી = 1 એકમ લો.)

x	–5	–4	0	5	6	–3	3
y	–3	2	3	6	0	0	–2

(x, y) (–5, –3) (–4, 2) (0, 3) (5, 6) (6, 0) (–3, 0) (3, –2)

નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ લખો.

- યામ સમતલમાં નીચેની ક્રમયુક્ત જોડો (x, y) દર્શાવો. સ્કેલમાપ 1 સેમી = 1 એકમનો ઉપયોગ અક્ષો પર કરો.

x	-3	0	-1	4	2
y	7	-3.5	-3	4	-3

- બિંદુઓ (–2,4), (3,–1), (–1,0), (1,2) અને (–3,–5) કયા ચરણમાં અથવા કયા અક્ષ પર છે ? તમારા જવાબની ચકાસણી બિંદુઓને યામ-સમતલમાં દર્શાવી કરો.

- નીચેના કોષ્ટકમાંથી સમતલમાં સ્કેલમાપના એકમોનું અંતર અક્ષો પર પસંદ કરીને (x, y) બિંદુઓનું નિરૂપણ કરો.

x	-2	-1	0	1	3
y	8	7	-1.25	3	1

વિધાન સાચું બને તેમ ખાલી જગ્યા પૂરો. :

(i) બિંદુ (–3, 5) _____ ચરણમાં આવેલું છે.

(ii) X પરના બધા બિંદુઓનો કોટિ _____ હોય છે.

(iii) જે બિંદુઓનો બંને યામ ઋણ હોય તે હંમેશા _____ ચરણમાં હોય.

(iv) જો બિંદુ P થી X અક્ષનું લંબઅંતર 5 એકમ હોય અને લંબનો લંબપાદ x અક્ષની ઋણ દિશામાં હોય તો બિંદુ P નો y યામ _____ આપેલ અથવા _____ છે.

નીચેના પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો.

(i) P (–2, –3) અને (–3, 5) હોય તો (P નો કોટિ) – (Q નો કોટિ) નું મૂલ્ય શું થાય?

(ii) જો બિંદુઓના કોટિ અને ભુજના ચિહ્ન જુદાં જુદાં હોય, તો તે ક્યાં ચરણમાં આવેલા છે?

(iii) જે બિંદુનો ભુજ 4 અને y અક્ષ પર હોય તેના યામ શું થાય?

(iv) બિંદુ P (3, 4) થી y અક્ષ સુધીનું લંબઅંતર કેટલું?

માગ્યા મુજબ ઉત્તર આપો :

(i) નીચેનાં બિંદુઓનું નિરૂપણ કરો અને ચકાસો કે તેઓ સમરેખ છે કે નહિ :

(a) (1, 3), (–1, –1), (–2, –3)

(b) (1, 1), (2, –3), (–1, –2)

(ii) નીચેનાં બિંદુઓનું નિરૂપણ કર્યા વગર જણાવો કે તેઓ ક્યાં ચરણમાં આવશે?

(a) ભુજ 5 અને કોટિ (–3) (b) કોટિ (–5) અને ભુજ (–3)

(c) કોટિ (–5) અને ભુજ 3 (d) ભુજ 5 અને કોટિ 3

(iii) નીચેનાં બિંદુઓનો યામ શોધો.નિરૂપણ કર્યા વગર જણાવો કે તેઓ ક્યાં ચરણમાં આવશે?

(a) તે x અને y અક્ષ બંને પર આવેલું છે.

(b) તેનો ભુજ (–4) અને y અક્ષ પર છે.

(c) તેનો કોટિ 5 અને તે x અક્ષ પર છે.

પ્રકરણ 4

- ***વિધાનોને સમીકરણ સ્વરૂપે લખી શકાય છે.***

(i) x ના પાંચ ગણા અને 3 નો સરવાળો 12 છે.

$\therefore$ x ના પાંચ ગણા $= 5x$ અને 3 ઉમેરતાં,

$\therefore$ $5x + 3 = 12$

(ii) એક સંખ્યાના 2 ગણામાંથી પાંચ બાદ કરતા 10 મળે છે.

$\therefore$ ધારો કે કોઈ એક સંખ્યા $= x$

x ના 2 ગણા $= 2x$

$2x$ માંથી 5 બાદ કરતા 10 મળે એટલે,

$2x - 5 = 10$

નીચેના વિધાનોને સમીકરણ સ્વરૂપે લખો.

(i) x અને 5 નો સરવાળો 10 છે.

(ii) b ના ત્રણ ગણા 8 છે.

(iii) y માંથી 3 બાદ કરતા 6 મળે.

(iv) a ને 4 વડે ભાગતાં 1 મળે.

- ***નીચેના સમીકરણને વિધાન સ્વરૂપે લખતાં,***

(i) $x-4=10$

x માંથી 4 બાદ કરતાં 10 મળે છે.

(ii) $5n+2=4$

nના પાંચ ગણામાં 2 ઉમેરતાં 4 મળે.

આપેલા સમીકરણને વિધાન સ્વરૂપે લખો.

(i) $3y+9=5$ (ii) $4a=7$ (iii) $\frac{3m}{10}$

4.1 સમીકરણ અને તેનો ઉકેલ

સમીકરણનો ઉકેલ મેળવવા માટે,

$x-5=12$

સમીકરણની બંને બાજુએ 5 ઉમેરતાં

$\therefore\ x - 5 + 5 = 12 + 5$

$\therefore\ x = 17$

સમીકરણનો ઉકેલ મેળવો.

(i) $y - 5 = 2$ (ii) $x + 4 = 10$

- તેવી જ રીતે અન્ય સમીકરણમાં,

$7y = 35$ માં,

સમીકરણની બંને બાજુએ $\frac{1}{7}$ વડે ગુણતાં

$\therefore\ y \times 7 \times \frac{1}{7} = 35 \times \frac{1}{7}$

$\therefore\ y = 5$

સમીકરણનો ઉકેલ મેળવો.

(i) $10y - 20$ (ii) $4x = 8$

- **નીચેના સમીકરણનો ઉકેલ મેળવીએ,**

$\frac{x}{3} = 5$ માં

સમીકરણમાં બંને બાજુએ 3 વડે ગુણતાં

$\frac{x}{3} \times 3 = 5 \times 3$

$\therefore\ x=15$

✍ ***સમીકરણનો ઉકેલ મેળવો.***

(i) $\frac{y}{5} = 3$ (ii) $\frac{n}{4} = 5$

- **હવે એક કરતાં વધુ ગાણિતીક પ્રક્રિયાની મદદથી આવા કેટલાંક સમીકરણ ઉકેલી શકાય જેમ કે,**

(i) $2x - 1 = 13$

સૌ પ્રથમ આપણે ઉપરોકત સમીકરણમાં ચલ સિવાયનું પદ ડાબીબાજુમાં વિરોધી પદ બંને બાજુ ઉમેરી દૂર કરીશું,

$2x - 1 + 1 = 13 + 1$

$\therefore\ 2x = 14$

હવે ફકત ચલ x મેળવવા માટે અગાઉ શીખી ગયા તેમ બંને બાજુએ $\frac{1}{2}$ વડે ગુણાકાર કરીશું

$\therefore\ 2x \times \frac{1}{2} = 14 \times \frac{1}{2}$

$\therefore\ x = 7$

4.2 બંને બાજુ ચલવાળા સમીકરણનો ઉકેલ

(i) $2x - 3 = x + 4$

સમીકરણની એકબાજુ ચલ અને બીજી બાજુ અચલને ગોઠવતાં,

$\therefore\ 2x - x = 4 + 3$

$\therefore\ x = 7$

(ii) $5x + \frac{7}{2} = \frac{3}{2}x - 14$

$5x - \frac{3}{2}x = -14 - \frac{7}{2}$

સમીકરણની બંને બાજુ 2 વડે ગુણતાં,

$2\,(5x - \frac{3}{2}x) = 2\,(-14 - \frac{7}{2})$

$10x - 3x = -28 - 7$

$7x = -35$

અગાઉ શીખી ગયા તે મુજબ, $\frac{1}{7}$ વડે ગુણતાં,

$\therefore\ 7x \times \frac{1}{7} = -35 \times \frac{1}{7}$

$\therefore\ \boxed{x = -5}$

સમીકરણનો ઉકેલ મેળવો

(i) $3x + 2 = 20$ (ii) $4x + 5 = 9 + 2x$ (iii) $\frac{2x}{3} + 1 = \frac{7x}{15} + 3$

4.3 દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણ

અગાઉ ધોરણ 8માં સમીકરણ વિશે અભ્યાસ કરીને આવ્યા છો, જેમાં માત્ર એક ચલ અને તેની એક ઘાત હતી. આ સિવાય તમે પ્રકરણ 3 માં બિંદુ (ક્રમયુક્ત જોડ)નું આલેખન કરવાનું શીખ્યા છો. ચાલો, હવે દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણ અને તેના આલેખ વિશે માહિતી મેળવીએ.

- ***દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણ***

'એક વિદ્યાર્થી અને તેની બહેને ભેગા મળી એક વર્ષમાં રૂા. 1,000ની બચત કરી.'

આ વિધાનની સમજૂતી સમીકરણ સ્વરૂપે નીચે પ્રમાણે મેળવી શકાય

ધારો કે વિદ્યાર્થીએ એક વર્ષમાં કરેલ બચત $= x$

અને તેના બહેને એક વર્ષમાં કરેલ બચત $= y$

બંનેએ ભેગા મળી કરેલ બચત = રૂા. 1,000

$x + y = 1{,}000$

ઉપરના સમીકરણમાં બે ચલ x અને y છે તથા બંને ચલની એક ઘાત (સુરેખ) છે. માટે, તે દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણ તરીકે ઓળખાય છે.

- **<u>વ્યાપક (પ્રમાણિત) સ્વરૂપ</u>**

$ax + by + c = 0$

જ્યાં a અને b બંને એક સાથે શૂન્ય નથી ($a^2 + b^2 \neq 0$) તેમજ a, b અને c વાસ્તવિક સંખ્યાઓ છે.

નીચે દર્શાવેલ સમીકરણને દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણના વ્યાપક સ્વરૂપ $ax+by+c=0$ સ્વરૂપમાં દર્શાવો તેમજ a, b, c ની કિંમતો દર્શાવો.

(i) $4x + 6y = 27$

$4x + 6y - 27 = 0$ ને

$ax + by + c = 0$ સાથે સરખાવતાં,

$a = 4, b = 6, c = -27$

(ii) $\frac{4}{3}x - \frac{5}{2} = \frac{7}{4}y$

$\frac{4}{3}x - \frac{7}{4}y - \frac{5}{2} = 0$ ને

$ax + by + c = 0$ સાથે સરખાવતાં,

$a = \frac{4}{3}, b = -\frac{7}{4}, c = -\frac{5}{2}$

(iii) $y = \frac{3}{2}$

$0x + y - \frac{3}{2} = 0$ ને

$ax + by + c = 0$ સાથે સરખાવતાં,

$a = 0, b = 1, c = -\frac{3}{2}$

(iv) $4x - \frac{5}{3} = 0$

$4x + 0y - \frac{5}{3} = 0$ ને

$ax + by + c = 0$ સાથે સરખાવતાં,

$a = 4, b = 0, c = -\frac{5}{3}$

- નોટબુકની કિંમત પેનની કિંમત કરતાં બમણી (બે ગણી) છે. આ વિધાનને દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણ સ્વરૂપે દર્શાવો. (નોટબુકની કિંમત રૂ. x તથા પેનની કિંમત રૂ. y લો.)
- નીચે દર્શાવેલ દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણોને $ax+by+c=0$ તરીકે દર્શાવો અને a, b અને c ની કિંમત શોધો.

(i) $2x + 3y = 9.35$ (ii) $x - \frac{y}{5} - 10 = 0$ (iii) $-2x + 3y = 6$

(iv) $x = 3y$ (v) $2x = -5y$ (vi) $3x + 2 = 0$

(vii) $y - 2 = 0$ (viii) $5 = 2x$

4.4 દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણનો ઉકેલ

x અને y ની જે કિંમતો દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણ $ax+by+c=0$ નું સમાધાન કરે તે કિંમતોને આપેલ સમીકરણના ઉકેલ કહે છે.

સમજૂતી : $x + y = 7$

$x = 1, y = 6$ તો $1 + 6 = 7$ $\therefore$ ઉકેલ (x, y) $(1, 6)$

$x = 2, y = 5$ તો $2 + 5 = 7$ $\therefore$ ઉકેલ (x, y) $(2, 5)$

$x = 7, y = 0$ તો $7 + 0 = 7$ $\therefore$ ઉકેલ (x, y) $(7, 0)$

$x = \frac{3}{2}, y = \frac{11}{2}$ તો $\frac{3}{2} + \frac{11}{2} = \frac{14}{2} = 7$ $\therefore$ ઉકેલ (x,y) $(\frac{3}{2}, \frac{11}{2})$

$x = -3, y = 10$ તો $-3 + 10 = 7$ $\therefore$ ઉકેલ (x, y) $(-3, 10)$

$x = 2.5,\ y = 4.5$ તો $2.5 + 4.5 = 7$ $\therefore$ ઉકેલ (x, y) $(2.5, 4.5)$

આમ, આપેલ દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણ $x + y = 7$ ના અસંખ્ય (અનંત) ઉકેલ મળે છે. આ તમામ ઉકેલને આલેખમાં દર્શાવવામાં આવે તો એક સુરેખા મળે છે.

ઉદાહરણ 1 : $3x+y=6$ ના પાંચ ભિન્ન ઉકેલ લખો.

સમજૂતી : x (અથવા y)ની જુદી જુદી કિંમતો લઈ તે સમીકરણમાં મૂકવી તેના આધારે y (અથવા x)ની કિંમતો શોધવી. આ તમામ ક્રમયુક્ત જોડ (બિંદુ)એ આપેલ સમીકરણના ઉકેલ છે.

(i) $x=0$ $\therefore 3(0)+y=6$

$\therefore 0+y=6$

$\therefore y=6$

$(0, 6)$

(ii) $x=2$ $\therefore 3(2) + y = 6$

$\therefore 6 + y = 6$

$\therefore y = 6 - 6$

$\therefore y = 0$

$(2, 0)$

(iii) $x = -1$ $\therefore 3(-1) + y = 6$

$\therefore -3 + y = 6$

$\therefore y = 6 + 3$

$\therefore y = 9$

$(-1, 9)$

(iv) $x=\frac{1}{3}$ $\therefore 3(\frac{1}{3}) + y = 6$

$\therefore 1 + y = 6$

$\therefore y = 6 - 1$

$\therefore y = 5$

$(\frac{1}{3}, 5)$

(v) $x = -2$ $\therefore 3(-2) + y = 6$

$\therefore -6 + y = 6$

$\therefore y = 6 + 6$

$\therefore y = 12$

$(-2, 12)$

x	0	2	-1	$\frac{1}{3}$	-2
y	6	0	9	5	12

નીચેના દાખલા ગણો.

(1) સમીકરણ $x + 2y = 6$ ના ચાર ભિન્ન ઉકેલ મેળવો.

(2) નીચે આપેલ પ્રત્યેક સમીકરણના બે ઉકેલ શોધો.

(i) $4x + 3y = 12$ (ii) $2x + 5y = 0$

(iii) $3y + 4 = 0$

(3) નીચેના પૈકી કયો વિકલ્પ ખરો છે અને શા માટે ?

$y = 3y + 5$

(i) અનન્ય ઉકેલ હોય. (ii) માત્ર બે ઉકેલ હોય. (iii) અનંત ઉકેલ હોય.

(4) નીચેના પૈકી પ્રત્યેક સમીકરણના ચાર ઉકેલ લખો.

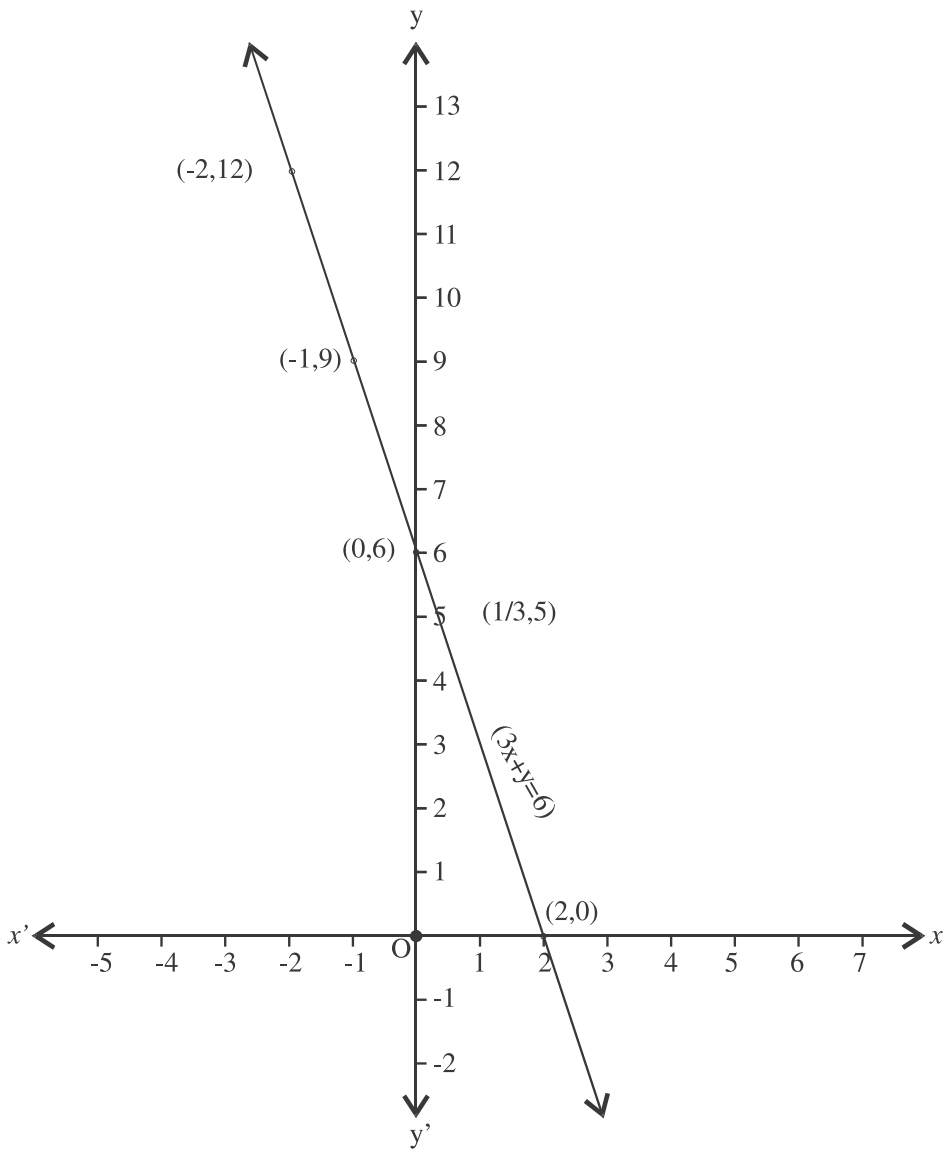
(i) $2x + y = 7$ (ii) $\pi x + y = 9$ (iii) $x = 4y$

(5) જો $x = 2, y = 1$ એ સમીકરણ $2x + 3y = k$ નો ઉકેલ હોય તો k ની કિંમત શોધો.

- **દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણનો ઉકેલ**

કોષ્ટકમાં x અને y ની ક્રમયુક્ત જોડ કે જે દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણ $3x+y=6$ ના ઉકેલ છે તેનું ભૌમિતિક નિરૂપણ એટલે કે આલેખમાં દશાવતાં આપણને એક સુરેખા મળે છે. જેના આધારે આપણે કહી શકીએ છીએ કે દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણનાં અનંત ઉકેલ છે.

x	0	2	-1	$\frac{1}{3}$	-2
y	6	0	9	5	12



નીચેના દાખલા ગણો.

(1) $x + y = 7$ નો આલેખ દોરો.

(2) નીચે દર્શાવેલ પ્રત્યેક દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણ માટે આલેખ દોરો.

(i) $x + y = 4$ (ii) $x - y = 2$ (iii) $y = 3x$ (iv) $3 = 2x + y$

(3) બિંદુ (2,14) માંથી પસાર થતી બે રેખાઓના સમીકરણો આપો. આવી બીજી કેટલી રેખાઓ મેળવી શકાય અને શા માટે ?

(4) જો બિંદુ (3, 4) સમીકરણ $3y = ax + 7$ ના આલેખ પરનું એક બિંદુ હોય તો a ની કિંમત શોધો.

(5) એક શહેરમાં ટેક્સી ભાડું આ પ્રમાણે છે : પ્રથમ કિલોમીટર માટે ₹ 8 અને ત્યારબાદના દરેક કિલોમીટર માટે ભાડુ ₹ 5 પ્રતિ કિલોમીટર છે. કાપેલ અંતર x કિલોમીટર અને કુલ ભાડુ ₹ y લઈ આ માહિતી માટે દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણ લખો અને તેનો આલેખ દોરો.

નીચેના દાખલા તમારી નોટબુકમાં ગણો.

વિધાન સત્ય બને તેમ આપેલા વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ઉત્તર આપો :

(i) સુરેખ સમીકરણ $3x - y = x - 1$ ને .....

(A) અનન્ય ઉકેલ (B) બે ઉકેલ (C) અનંત ઉકેલ (D) ઉકેલ નથી

(ii) દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણનું વ્યાપક સ્વરૂપ $ax + by + c = 0$, ... માટે શક્ય નથી.

(A) $a \neq 0, b \neq 0$ (B) $a = 0, b \neq 0$

(C) $a \neq 0, b = 0$ (D) $a = 0, b = 0$

(iii) જો (2,0) એ સુરેખ સમીકરણ $2x+3y=k$ નો એક ઉકેલ હોય, તો k ની કિંમત ..... છે.

(A) 4 (B) 6 (C) 5 (D) 2

(vi) $(a,-a)$ સ્વરૂપનું બિંદુ હંમેશા ..... પર છે.

(A) $x = a$ (B) $y = -a$ (C) $y = x$ (D) $x + y = 0$

(v) જો આપણે દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણની બંને બાજુએ શૂન્યેતર સંખ્યા વડે ગુણીએ અથવા ભાગીએ તો સુરેખ સમીકરણના ઉકેલ .....

(A) બદલાય (B) બદલાય નહિ

(C) માત્ર ગુણાકારની સ્થિતિમાં બદલાશે

(D) માત્ર ભાગાકારની સ્થિતિમાં બદલાશે

(vi) સુરેખ સમીકરણ $y = x$ નો આલેખ ..... બિંદુમાંથી પસાર થાય.

(A) $(\frac{3}{2}, \frac{-3}{2})$ (B) $(0, \frac{3}{2})$

(C) $(\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$ (D) $(\frac{-1}{2}, \frac{1}{2})$

(vii) $y = 6$ રેખાનો આલેખ .....

(A) ઉદગમબિંદુથી 6 એકમ અંતરે x -અક્ષને સમાંતર છે.

(B) ઉદગમબિંદુથી 6 એકમ અંતરે y -અક્ષને સમાંતર છે.

(C) ઉદગમબિંદુથી 6 એકમ અંતરે x -અક્ષને છેદે છે.

(D) ઉદગમબિંદુથી 6 એકમ અંતરે y -અક્ષને છેદે છે.

(viii) x – અક્ષનું સમીકરણ ..... છે.

(A) $x = 0$ (B) $y = 0$ (C) $x + y = 0$ (D) $x = y$

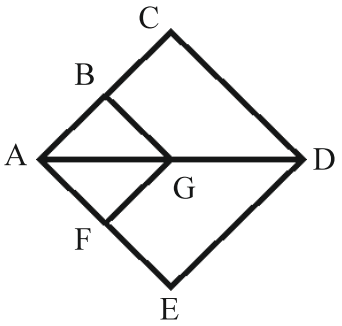
(ix) સમીકરણ $x = 7$ ને દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણ સ્વરૂપમાં ..... લખાય.

(A) $1 \cdot x + 1 \cdot y = 7$ (B) $1 \cdot x + 0 \cdot y = 7$

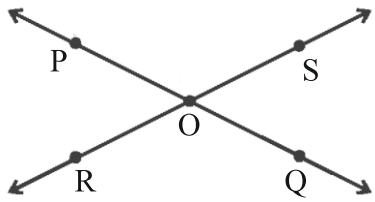
(C) $0 \cdot x + 1 \cdot y = 7$ (D) $0 \cdot x + 0 \cdot y = 7$

પ્રકરણ 5

5.1 રેખા અને ખૂણાનો પરિચય



આકૃતિ - A



આકૃતિ - B

- અહીં આકૃતિઓ A અને B આપેલી છે તેમાં આવેલ રેખાખંડો અને ખૂણાઓ ઓળખો.
- શું તમે આપેલ આકૃતિઓ A અને B માં ખૂણાઓ લઘુકોણ, કાટકોણ અને ગુરુકોણ ઓળખી શકો છો ?
- યાદ કરો મિત્રો ધોરણ 4, 5, 6 માં ભણી ગયા છીએ એ પ્રમાણે

  રેખાખંડની આકૃતિ છે. તેને સંકેતમાં રેખાખંડ AB ને $\overline{AB}$ વડે દર્શાવીએ છીએ. રેખાખંડને બે અંત્યબિંદુઓ હોય છે.

  કિરણની આકૃતિ છે. તેને સંકેતમાં કિરણ AB ને $\overrightarrow{AB}$ વડે દર્શાવીએ છીએ. અહીં કિરણને એક જ અંત્યબિંદુ X છે. જ્યારે બીજી બાજુ અનંત સુધી વિસ્તરેલી છે.

  રેખાની આકૃતિ છે. જે બંને બાજુ અનંત સુધી વિસ્તરેલી છે. રેખા PQ ને સંકેતમાં $\overleftrightarrow{PQ}$ વડે દર્શાવાય છે.
- જ્યારે રેખાઓ અથવા રેખાખંડો ભેગા મળે છે ત્યારે ખૂણાઓ બને છે. (આકૃતિ જુઓ)
- આકૃતિ - Aમાં રેખાખંડો BC, CD બિંદુ C માં છેદે છે અને ખૂણો $\angle BCD$ બનાવે છે. તેવી જ રીતે આકૃતિ Bમાં રેખાખંડો PO, OS બિંદુ O માં છેદે છે અને ખૂણો $\angle POS$ બનાવે છે.
- આવી જ રીતે આપેલી આકૃતિઓ A અને Bમાં બે રેખાખંડો વડે રચાતા શકય તમામ ખૂણાઓની યાદી બનાવો.
- ખૂણા ABC ને સંકેતમાં $\angle ABC$ વડે દર્શાવાય છે.

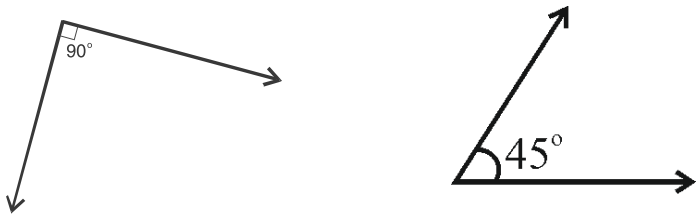
- યાદ કરીએ લઘુકોણ, કાટકોણ અને ગુરુકોણ કોને કહીએ છીએ.
  - → જે ખૂણાનું માપ 0° થી 90° ની વચ્ચે હોય, તેવા ખૂણાને લઘુકોણ.
  - → જે ખૂણાનું માપ 90° હોય, તેવા ખૂણાને કાટકોણ.
  - → જે ખૂણાનું માપ 90° થી 180°ની વચ્ચે હોય તેવા ખૂણાને ગુરુકોણ કહીએ છીએ.

5.2 કોટિકોણ અને પૂરકકોણ

◆ **કોટિકોણ : જે બે ખૂણાના માપનો સરવાળો 90° થતો હોય, તો તે બે ખૂણાઓને એકબીજાના કોટિકોણ કહેવાય છે.**

→ શું અહીં દર્શાવેલા બે ખૂણાઓ કોટિકોણ છે ?

ઉદાહરણ - 1



બંને ખૂણાના માપનો સરવાળો $= 90^\circ + 45^\circ$

$= 135^\circ$

અહીં બે ખૂણાના માપનો સરવાળો 90° થતો નથી તેથી આપેલ બંને ખૂણા એકબીજાના કોટિકોણ નથી.

ઉદાહરણ - 2

બંને ખૂણાના માપનો સરવાળો $= 25^\circ + 65^\circ$

$= 90^\circ$

અહીં બે ખૂણાના માપનો સરવાળો 90° થાય છે. તેથી આપેલ બંને ખૂણા એકબીજાના કોટિકોણ છે.

આમ, 50° ખૂણાનો કોટિકોણ $= 90^\circ - 50^\circ$

$= 40^\circ$

નીચે આપેલ જ ખૂણાઓના કોટિકોણ શોધો.

(1) 1° (2) 29° (3) 75° (4) 67° (5) 32°

◆ **પૂરકકોણ : <u>જે બે ખૂણાના માપનો સરવાળો 180° થતો હોય, તો તે બે ખૂણાઓને એકબીજાના પૂરકકોણ કહે છે.</u>**

ઉદાહરણ - 1

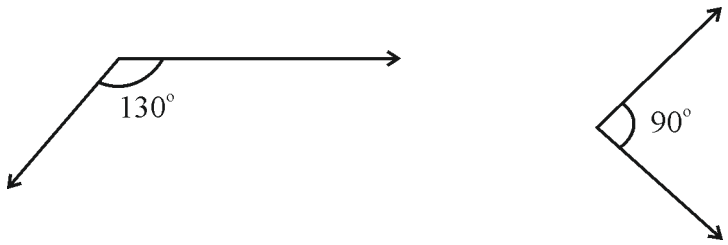
→ શું અહીં દર્શાવેલા બે ખૂણાઓ પૂરકકોણ છે ?

બંને ખૂણાના માપનો સરવાળો $= 75^\circ + 105^\circ$

$= 180^\circ$

અહીં આપેલ બે ખૂણાના માપનો સરવાળો 180° થાય છે. તેથી આપેલ બંને ખૂણા એકબીજાના પૂરકકોણ છે.

ઉદાહરણ - 2



બંને ખૂણાના માપનો સરવાળો $= 130^\circ + 90^\circ$

$= 220^\circ$

અહીં દર્શાવેલ બે ખૂણાના માપનો સરવાળો 180° થતો નથી. તેથી આપેલ બંને ખૂણા એકબીજાના પૂરકકોણ નથી.

આમ, આપેલ માપના ખૂણાનો પૂરકકોણ શોધવો હોય, તો નીચેની રીતે શોધી શકીએ છીએ.

80° નો પૂરકકોણ $= 180^\circ - 80^\circ$

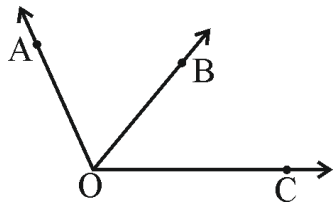
$= 100^\circ$

નીચે આપેલ ખૂણાઓના પૂરકકોણ શોધો.

(1) 79° (2) 137° (3) 90° (4) 100° (5) 49°

5.3 આસન્નકોણ, રૈખિકજોડ અને અભિકોણ

◆ **આસન્નકોણ :**



અહીં બે ખૂણાઓ $\angle AOB$ અને $\angle BOC$ એવા છે કે

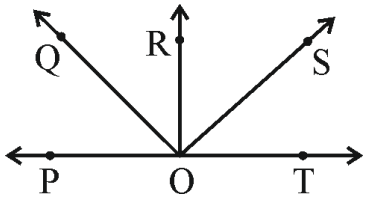
(i) તેમનું શિરોબિંદુ O સામાન્ય છે.

(ii) તેમનો એક ભૂજ $\overrightarrow{OB}$ સામાન્ય છે. અને

(iii) જે ભૂજ જુદા છે ($\overrightarrow{OA}$ અને $\overrightarrow{OC}$) તે સામાન્ય ભૂજની ($\overrightarrow{OB}$) સામસામેની બાજુએ છે.

ખૂણાની આવી જોડને આસન્નકોણ કહે છે.

- અસન્નકોણના બંને ખૂણાની અંદરનાં બિંદુઓ સામાન્ય હોતાં નથી.



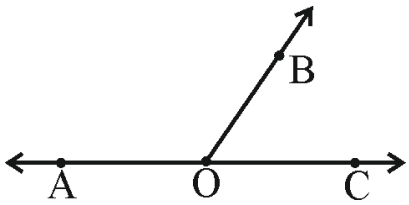
આકૃતિમાં નીચેના ખૂણાઓ આસન્નકોણ છે.

(a) $\angle POQ$ અને $\angle QOR$

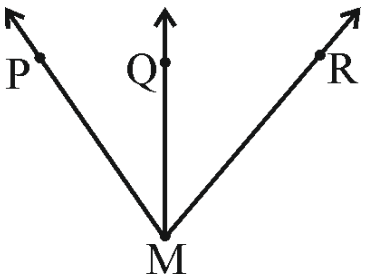
(b) $\angle QOR$ અને $\angle ROS$

(c) $\angle ROS$ અને $\angle SOT$

◆ **રૈખિક જોડ :**



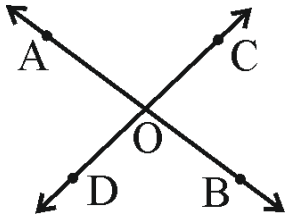
- રૈખિક જોડ એ એવા આસન્નકોણ છે કે જેની સામાન્ય બાજુ ($\overrightarrow{OB}$) સિવાયની બે બાજુઓ ($\overrightarrow{OA}$ અને $\overrightarrow{OC}$) પરસ્પર વિરૂદ્ધ કિરણ હોય.
- $\angle AOB$ અને $\angle BOC$ આસન્નકોણ છે અને રૈખિક જોડના ખૂણા છે.



- અહીં $\angle PMQ$ અને $\angle QMR$ આસન્નકોણ છે પણ રૈખિક જોડના ખૂણા નથી.
- રૈખિક જોડના ખૂણાઓના માપનો સરવાળો 180° જ થાય.

◆ **અભિકોણ :**

પરસ્પર છેદતી બે રેખાઓ $\overleftrightarrow{AB}$ અને $\overleftrightarrow{CD}$ બિંદુ D માં છેદે છે. આનાથી આપણને અભિકોણ નીચેની બે જોડીઓ મળે છે.



(i) $\angle AOC$ અને $\angle BOD$ અભિકોણની જોડ છે.

(ii) $\angle AOD$ અને $\angle BOC$ અભિકોણની જોડ છે.

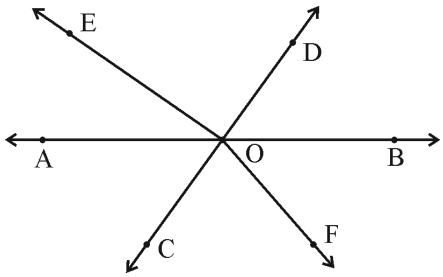
- અભિકોણો હંમેશાં સરખા માપના હોય છે.

  આથી, અહીં $\angle AOC = \angle BOD$ અને $\angle AOD = \angle BOC$

- નીચેની આકૃતિના આધારે શકાય હોય તેટલી (i) આસન્નકોણ

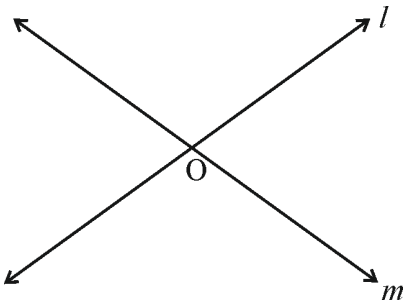
  (ii) રૈખિક જોડ

  (iii) અભિકોણોની જોડ લખો.

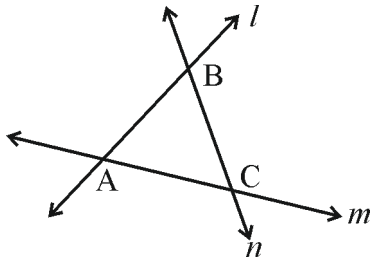


5.4 છેદતી રેખાઓ અને છેદિકા

◆ **છેદતી રેખાઓ :**



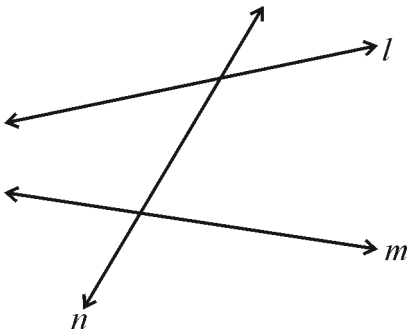
અહીં, બે રેખાઓ l અને m માટે એક સામાન્ય બિંદુ હોય તો તેઓ એકબીજીને છેદે છે આ સામાન્ય બિંદુ અહીં O દર્શાવેલ છે એને બે રેખાઓના છેદબિંદુ તરીકે ઓળખવામાં આવે છે.



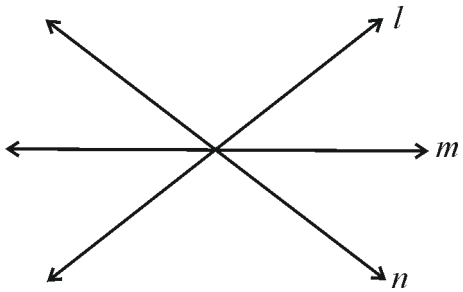
આકૃતિમાં ત્રણ રેખાઓ l, m અને n આપેલી છે. તે પૈકી બે રેખાઓ l અને m બિંદુ Aમાં છેદે છે. રેખાઓ l અને n બિંદુ B માં છેદે છે.

- બે રેખાઓ એક કરતાં વધુ બિંદુઓમાં છેદી શકે ? વિચારો

◆ **છેદિકા : <u>જે રેખા બે અથવા બે થી વધુ રેખાને ભિન્ન બિંદુમાં છેદતી હોય તેને છેદિકા કહેવાય.</u>**



(i)



(ii)

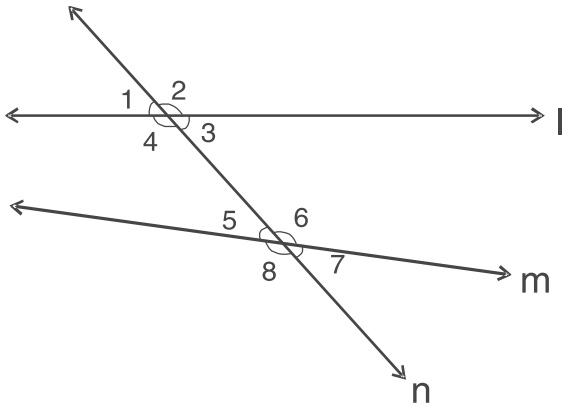
આકૃતિ - (i)માં રેખા n એ બે રેખાઓ l અને m ની છેદિકા છે.

આકૃતિ - (ii)માં રેખા l એ બે રેખાઓ m અને n ને છેદતી હોવા છતાં તે છેદિકા નથી ? વિચારો.

- બે રેખાઓ m અને n ને રેખા l બે ભિન્ન બિંદુઓમાં છેદે તો જ તે રેખાને છેદિકા કહેવાય.
- અહીં m અને n ને રેખા l એક જ બિંદુમાં છેદે છે માટે તે છેદિકા ન કહેવાય.

5.5 છેદિકાથી બનતા ખૂણાઓ

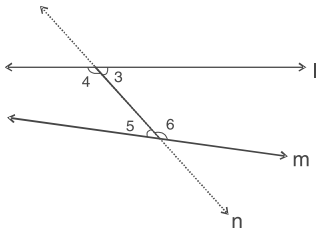
◆ **છેદિકાથી બનતા ખૂણાઓ :**



આકૃતિ-A

આકૃતિમાં રેખાઓ l અને m ની છેદિકા રેખા n છે તેનાથી અહીં આઠ ખૂણા બને છે.

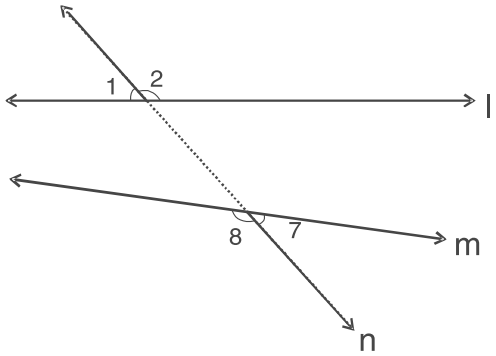
- **અંતઃકોણો :** ઉપરની આકૃતિના આધારે



અહીં, દર્શાવેલા $\angle 3$, $\angle 4$, $\angle 5$, $\angle 6$ ને અંતઃકોણો તરીકે ઓળખવામાં આવે છે.

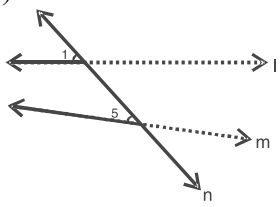
- **બહારના ખૂણાઓ :**

આકૃતિ - A ના આધારે અહીં દર્શાવેલા $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 7$, $\angle 8$ ને બહારના ખૂણા તરીકે ઓળખવામાં આવે છે.

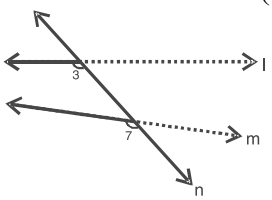


- **અનુકોણોની જોડ :** ઉપરની આકૃતિ - A ના આધારે

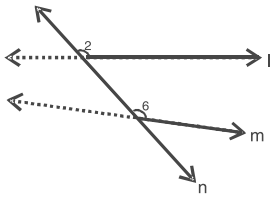
(i)



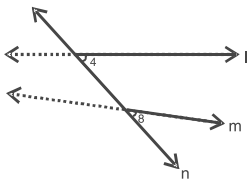
(ii)



(iii)



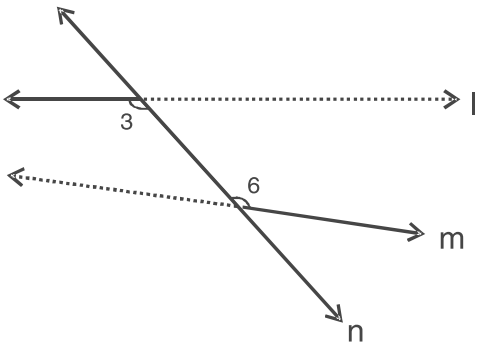
(iv)

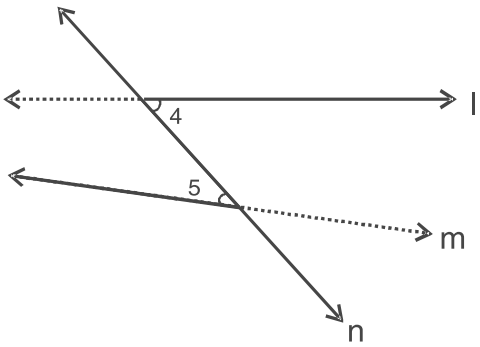


અહીં અનુકોણોની 4 જોડ મળે છે.

(i) $\angle 1$ અને $\angle 5$ (ii) $\angle 3$ અને $\angle 7$ (iii) $\angle 2$ અને $\angle 6$ (iv) $\angle 4$ અને $\angle 8$

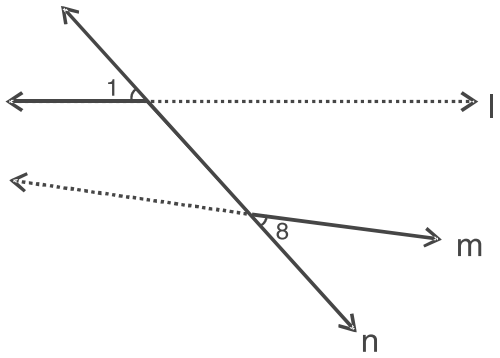
- **અંતઃયુગ્મકોણોની જોડ :** આકૃતિ - A ના આધારે

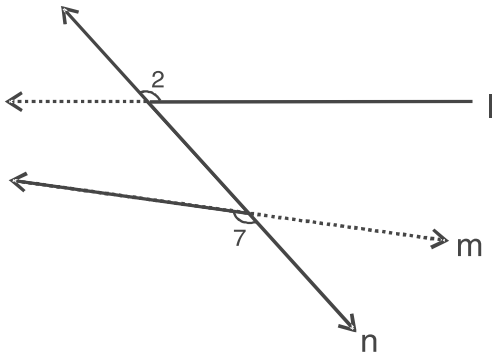




અહીં અંતઃયુગ્મકોણની બે જોડ મળે છે. (i) $\angle 3$ અને $\angle 6$ (ii) $\angle 4$ અને $\angle 5$

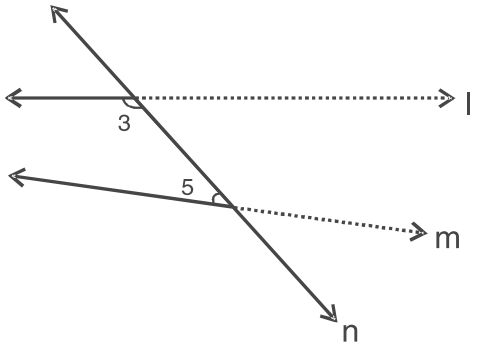
- **બાહ્ય યુગ્મકોણોની જોડ :** આકૃતિ - A ના આધારે

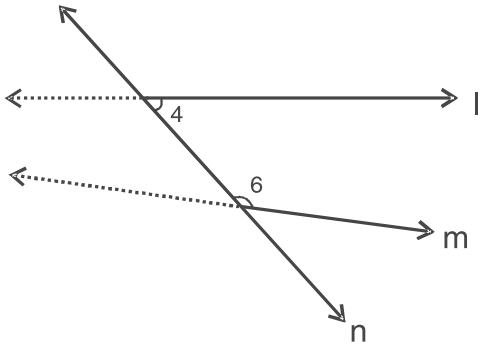




બાહ્ય યુગ્મકોણની બે જોડ મળે છે. (i) $\angle 1$ અને $\angle 8$ (ii) $\angle 2$ અને $\angle 7$

◆ **છેદિકાની એકજ બાજુના અંતઃકોણોની જોડ :**





છેદિકાની એક જ બાજુના અંતઃકોણોની બે જોડ મળે છે.

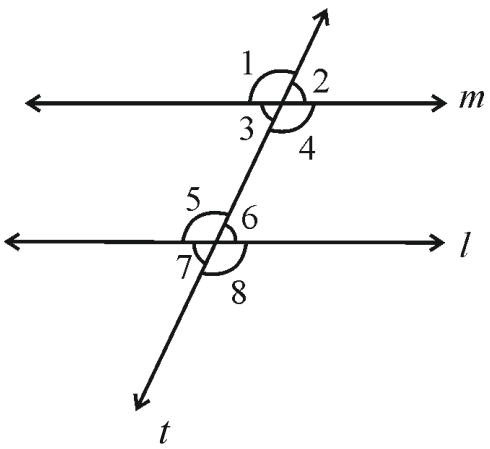
(i) $\angle 3$ અને $\angle 5$ (ii) $\angle 4$ અને $\angle 6$

5.6 સમાંતર રેખાઓ અને તેની છેદિકા

◆ **સમાંતર રેખાઓની છેદિકા :**

- **<u>એક જ સમતલમાં આવેલી બે રેખાઓ ક્યાંય પણ છેદતી ન હોય તો તેવી રેખાઓ સમાંતર રેખાઓ કહેવાય.</u>**

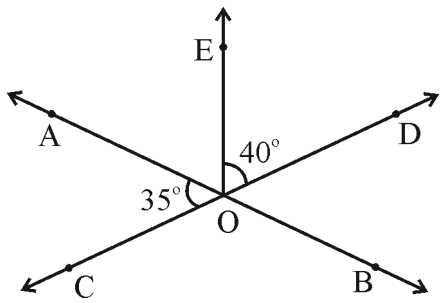
અહીં, બે રેખાઓ l અને m સમાંતર રેખાઓ છે. જ્યારે રેખા t એમની છેદિકા છે.



- બે સમાંતર રેખાઓ અને તેની છેદિકાથી બનતા અનુકોણોની જોડના ખૂણાઓનાં માપ સરખાં હોય છે. (i) $\angle 1 = \angle 5$ (ii) $\angle 2 = \angle 6$ (iii) $\angle 3 = \angle 7$ (iv) $\angle 4 = \angle 8$
- બે સમાંતર રેખાઓ અને તેની છેદિકાથી બનતા અંતઃયુગ્મકોણોની દરેક જોડ સમાન હોય છે. (i) $\angle 3 = \angle 6$ (ii) $\angle 4 = \angle 5$
- જો બે સમાંતર રેખાને છેદિકા છેદે તો છેદિકાની એક જ બાજુના અંતઃકોણો પૂરક હોય છે. (એટલે કે છેદિકાની એક જ બાજુના અંતઃકોણોના માપનો સરવાળો 180° થાય છે.)

  અહીં, $\angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$

  $\angle 4 + \angle 6 = 180^\circ$
- **નીચેની આકૃતિમાં આપેલ માપને આધારે બાકીના ખૂણાઓનાં માપ શોધો.**



અહીં, $\angle AOC$ અને $\angle BOD$ અભિકોણો છે. આપણે જાણીએ છીએ કે અભિકોણોનાં માપ સરખાં હોય છે. આથી, $\angle AOC = 35^\circ$ તો $\angle BOD = 35^\circ$ થાય.

હવે, $\angle EOB = \angle EOD + \angle DOB$

$= 40^\circ + 35^\circ$

$\therefore \angle EOB = 75^\circ$

હવે, $\angle EOA$ અને $\angle EOB$ રૈખિક જોડના ખૂણા છે. આપણે જાણીએ છીએ કે રૈખિક જોડના ખૂણાના માપનો સરવાળો 180° થાય છે.

$\therefore \angle EOA + \angle EOB = 180^\circ$

$\therefore \angle EOA + 75^\circ = 180^\circ$

$\therefore \angle EOA = 180^\circ - 75^\circ$

$\therefore \angle EOA = 105^\circ$

હવે, $\angle BOD$ અને $\angle BOC$ રૈખિક જોડના ખૂણા છે અને તેમનો સરવાળો 180° થાય છે.

$\therefore \angle BOD + \angle BOC = 180^\circ$

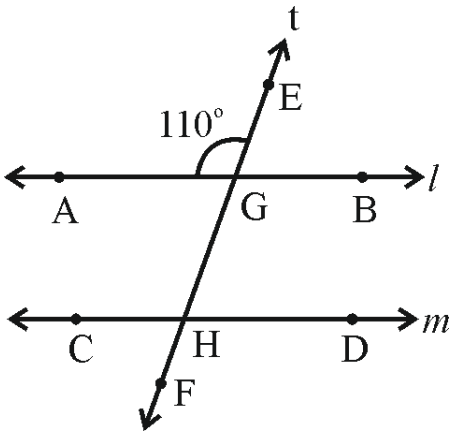
પણ $\angle BOD = 35^\circ$

$\therefore\ 35^\circ + \angle BOC = 180^\circ$

$\therefore\ \angle BOC = 180^\circ - 35^\circ$

$\therefore\ \angle BOC = 145^\circ$

- **નીચેની આકૃતિમાં $l \parallel m$ અને તેની છેદિકા t હોય, તો બાકીના બધા જ ખૂણાઓનાં માપ શોધો.**



$\angle AGE$ અને $\angle EGB$ રૈખિક જોડના ખૂણા છે. માટે તેમના માપનો સરવાળો 180° થાય.

$\angle AGE + \angle EGB = 180^\circ$

$\therefore\ 110^\circ + \angle EGB = 180^\circ$

$\therefore\ \angle EGB = 180^\circ - 110^\circ$

$\therefore\ \angle EGB = 70^\circ$

$\angle AGE$ નો અભિકોણ $\angle BGH$ હોવાથી $\angle BGH = 110^\circ$ તેવી જ રીતે $\angle EGB$ નો અભિકોણ $\angle AGH$ હોવાથી $\angle AGH = 70^\circ$ (કારણ કે અભિકોણોનાં માપ સરખાં હોય છે.)

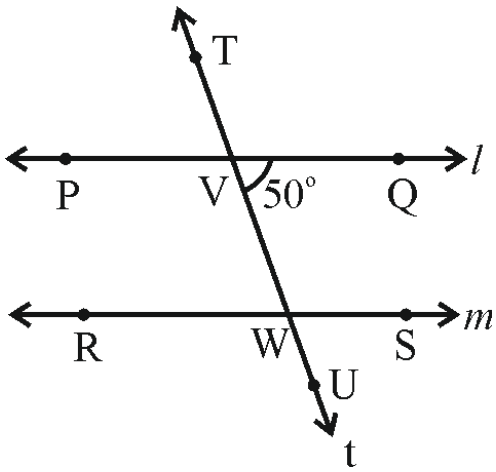
હવે, બીજા અનુકોણોની જોડ જોઈએ કે જે એકરૂપ છે.

$\angle AGE = \angle CHG$, $\angle AGH = \angle CHF$, $\angle EGB = \angle GHD$, $\angle BGH = \angle DHF$

આથી, $\angle CHG = 110^\circ$, $\angle CHF = 70^\circ$,

$\angle GHD = 70^\circ$, $\angle DHF = 110^\circ$

રેખાઓ $l \parallel m$ હોય અને તેની છેદિકા t હોય તો બાકીના ખૂણાઓનાં માપ શોધો.



5.7 સમાંતર રેખાઓ અને તેમની વચ્ચેનું અંતર

● **સમાંતર રેખાઓ :** સમતલીય રેખાઓ જે એકબીજાને છેદતી નથી, તેવી રેખાઓને સમાંતર રેખાઓ કહે છે.

● **<u>સમાંતર રેખાઓની વચ્ચેનું અંતર :</u>**

પ્રવૃત્તિ : - જુદી જુદી ઉપલબ્ધ વસ્તુઓ દા.ત. માપપટ્ટી, પુસ્તક, કંપાસ બોક્ષ, પાટીયું વગેરેમાં સમાંતર બાજુઓનુ ભિન્ન બિંદુઓએ અંતર શોધી નોંધ કરવી.

- સમાંતર રેખાઓનાં ભિન્ન બિંદુઓ પર તેના સામાન્ય લંબની લંબાઈઓ સમાન રહેશે જેને સમાંતર રેખાઓની વચ્ચેનું અંતર કહેવાય છે.

● **<u>ખૂણાઓની જોડ :</u>**

પૂર્વધારણા 5.1 : જે કિરણનું ઉદ્ભવબિંદુ રેખા પર હોય તેવા કિરણ અને રેખાથી બનતાં બંને ખૂણાઓનો સરવાળો 180° થાય છે.

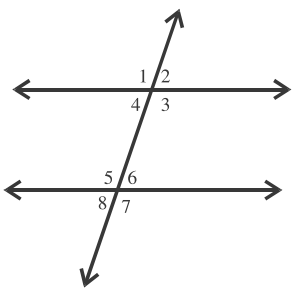
પૂર્વધારણા 5.2 (પ્રતીપ) : જો બે આસન્નકોણોનો સરવાળો 180° હોય, તો તેની સામાન્ય ન હોય તેવી બાજુઓ એક રેખા બનાવે છે.

● **<u>અભિકોણ :</u>**

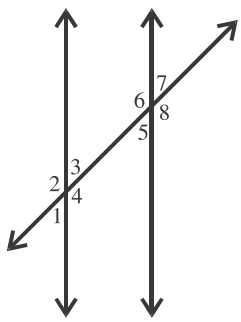
પ્રમેય 5.1 પરસ્પર છેદતી બે રેખાથી બનતા અભિકોણ સમાન હોય છે.

● **<u>સમાંતર રેખાઓ અને છેદિકા :</u>**

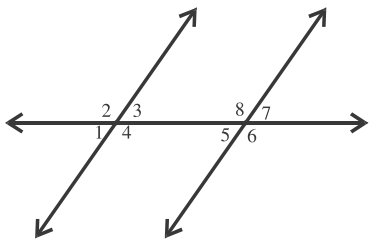
પૂર્વધારણા 5.3: જો એક છેદિકા બે સમાંતર રેખાઓને છેદે તો, અનુકોણની પ્રત્યેક જોડ સમાન હોય છે.



(A)



(B)



(C)

પૂર્વધારણા 5.4: જો એક છેદિકા બે રેખાઓને એ રીતે છેદે કે અનુકોણની એક જોડ સમાન હોય, તો બંને રેખાઓ પરસ્પર સમાંતર હોય છે.

પ્રમેય 5.2 : જો એક છેદિકા બે સમાંતર રેખાઓને છેદે તો, અંતઃયુગ્મકોણની પ્રત્યેક જોડ સમાન હોય છે.

પ્રમેય 5.3 : જો એક છેદિકા બે રેખાઓને એવી રીતે છેદે કે, અંતઃયુગ્મકોણોની જોડ સમાન હોય તો, બંને રેખાઓ પરસ્પર સમાંતર હોય છે.

પ્રમેય 5.4 : એક છેદિકા બે સમાંતર રેખાઓને છેદે તો છેદિકાની એક જ તરફના અંતઃકોણોની પ્રત્યેક જોડ પૂરક હોય છે.

પ્રમેય 5.5 : જો એક છેદિકા બે રેખાઓને એવી રીતે છેદે કે છેદિકાની એક જ તરફના અંતઃકોણોની એક જોડ પૂરક હોય, તો બંને રેખાઓ પરસ્પર સમાંતર હોય છે.

પ્રમેય 5.6 : જે રેખાઓ એક જ રેખાને સમાંતર હોય તે પરસ્પર સમાંતર હોય છે.

પ્રમેય 5.7 : ત્રિકોણના ત્રણેય ખૂણાઓના માપનો સરવાળો 180° થાય છે.

પ્રમેય 5.8 : જો ત્રિકોણની એકબાજુને લંબાવવામાં આવે તો આ પ્રકારે બનેલ બહિષ્કોણ બંને અંતઃસંમુખકોણ (Interior Opoosite angles)ના સરવાળાને સમાન થાય છે.

પ્રવૃત્તિઃ જુદા જુદા માપના 5 ત્રિકોણો દોરી તેના બહિષ્કોણ અને અંતઃસંમુખકોણની જોડના માપની નોંધ કરી, અવલોકનો અને તારણ તમારી નોટબુકમાં લખો.

- **નીચેની ખાલી જગ્યાઓ તમારી નોટબુકમાં લખો.**

(1) જો $\angle A=81$ અને $\angle B=$..... હોય, તો તે પરસ્પર કોટિકોણ હોય.

(a) 99 (b) 19 (c) 81 (d) 9

(2) જો ખૂણાઓના માપ $(6y + 30)$ અને $4y$ હોય અને રૈખિક જોડના ખૂણાઓ રચે, તો $y =$ .....

(a) 30 (b) 15 (c) 60 (d) 90

(3) એક ખૂણાનું માપ = $\frac{1}{3}$ (તે ખૂણાના પૂરકકોણનું માપ) હોય, તો ખૂણાનું માપ ..... હોય.

(a) 15 (b) 30 (c) 45 (d) 60

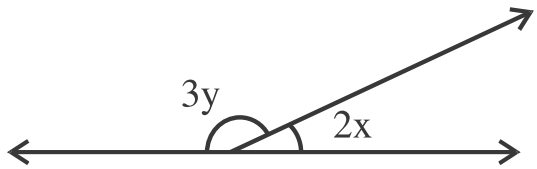
(4) $\angle ACD$ એ ΔABCનો બહિષ્કોણ છે. જો $\angle A=65^{\circ}$ અને $\angle ACD=120^{\circ}$ હોય, તો $\angle B=$.....

(a) 65° (b) 45° (c) 55° (d) 35°

(5) ΔPQR માં $\angle P:\angle Q:\angle R=3:7:5$ હોય, તો $\angle R$ = ...

(a) 36° (b) 84° (c) 60° (d) 120°

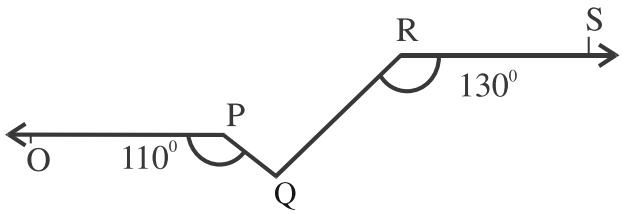
(6) આપેલ આકૃતિમાં $x=30^o$ તો y ની કિંમત ..... છે.



(a) 10° (b) 40°

(c) 36° (d) 45°

(7) આપેલ આકૃતિમાં OP || RS હોય તો $\angle PQR$=..... થાય.

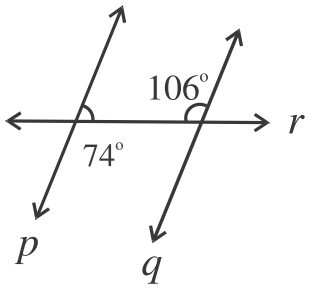


(a) 40° (b) 50°

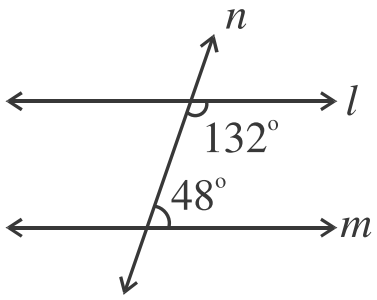
(c) 60° (d) 70°

નીચેના દાખલા તમારી નોટબુકમાં ગણો.

(1) આપેલ આકૃતિઓમાં કઈ રેખાઓ સમાંતર છે ? અને શા માટે ?

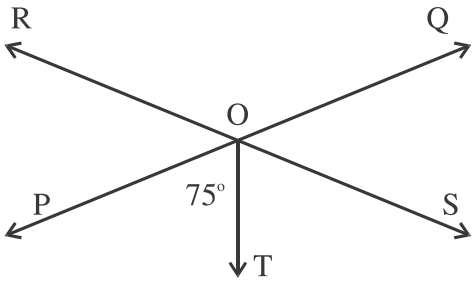


(i)



(ii)

(2) આપેલ આકૃતિમાં $\overrightarrow{OT}$ એ $\angle POS$ નો દ્વિભાજક છે. તો આકૃતિના બધા ખૂણાઓના માપ શોધો.

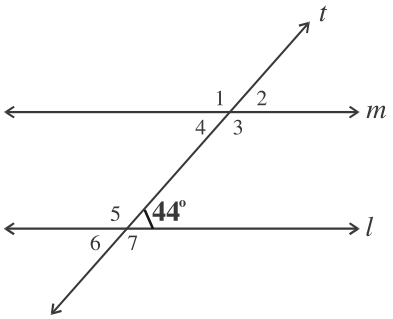


(3) જો રૈખિક જોડના બે ખૂણાના માપ 7 : 8 ના પ્રમાણમાં હોય, તો તે પૈકી મોટા ખૂણાનું માપ શોધો.

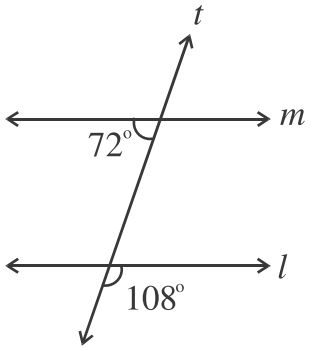
(4) આપેલ આકૃતિમાં $l \parallel m$ છે તથા t તેમની છેદિકા છે.

તો $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$, $\angle 4$, $\angle 5$, $\angle 6$

અને $\angle 7$ નું માપ શોધો.



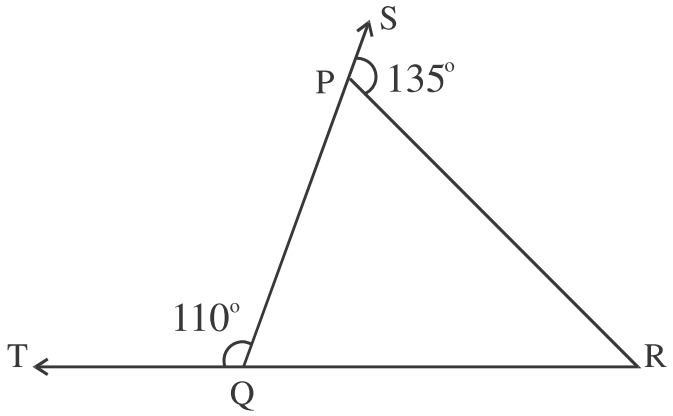
(5)



આકૃતિમાં રેખા l અને m ની છેદિકા t છે. આપેલ ખૂણાઓના માપના આધારે ચકાસો કે l અને m સમાંતર રેખાઓ છે.

(6) 45°, 64° અને 72° ખૂણાઓના માપવાળા કેટલા ત્રિકોણ દોરી શકાય છે ? તમારા ઉત્તર માટે કારણ દર્શાવો.

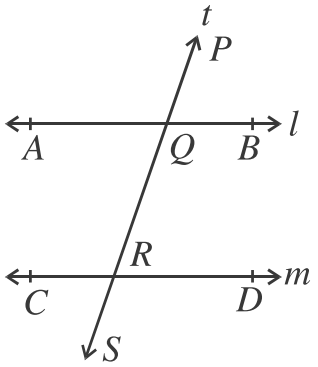
(7) આપેલ આકૃતિમાં $\angle PRQ$ શોધો.



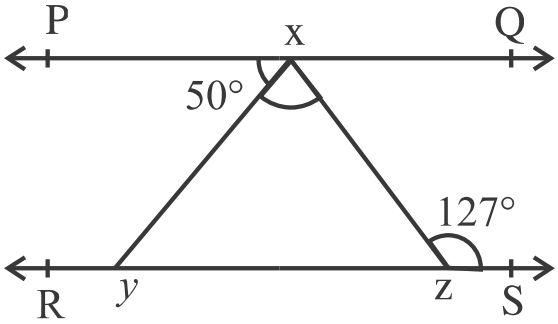
(8) ΔABC માં છે. $\angle A:\angle B:\angle C=3:4:5$ છે. ΔABC ના દરેક ખૂણાનું માપ શોધો.

✍ **નીચેના દાખલા તમારી નોટબુકમાં ગણો.**

(1) આપેલ આકૃતિમાં રેખાઓ l અને m ની છેદિકા t છે. આપેલી આકૃતિમાં અનુકોણ, યુગ્મકોણ અને છેદિકાની એકજ તરફના અંતઃકોણની જોડ લખો.

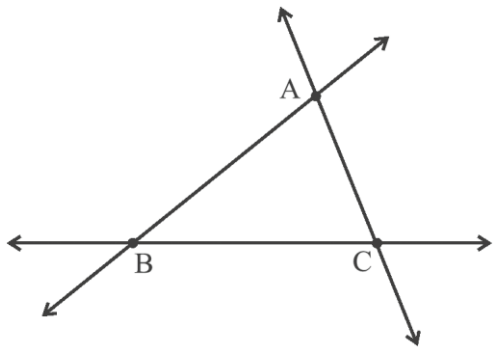


(2) આપેલ આકૃતિમાં PQ || RS છે. $\angle PXY = 50^{\circ}$ અને $\angle XZS = 127^{\circ}$ હોય, તો $\angle YXZ$ અને $\angle XYZ$ શોધો.



પ્રકરણ 6

અગાઉના ધોરણમાં તમે ત્રિકોણ અને તેનાં અંગો, પ્રકારો તથા તેમનાં ગુણધર્મો વિશે અભ્યાસ કરી ગયા છો. જેવાં કે,



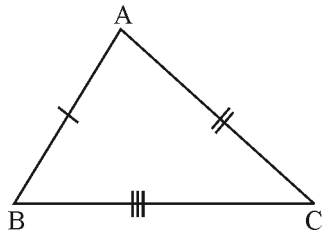
- ત્રણ પરસ્પર છેદતી રેખાઓથી બનતી બંધ આકૃતિને ત્રિકોણ કહેવાય છે.
- ત્રિકોણ એ ત્રણ બાજુઓ-વાળો બહુકોણ છે. તે સૌથી ઓછી બાજુઓવાળો બહુકોણ છે.
- અહીં આકૃતિમાં ત્રિકોણ ABC છે તેને સંકેતમાં Δ ABC એમ લખાય છે. તેને જુદી-જુદી 6 રીતે લખી શકાય.

  (1) ΔABC (2) ΔACB (3) ΔBCA (4) ΔBAC (5) ΔCAB (6) ΔCBA
- ત્રિકોણનાં અંગો : (1) ત્રણ બાજુઓ $\rightarrow \overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}$

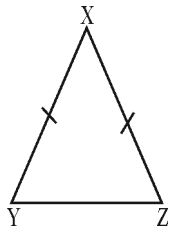
  (2) ત્રણ ખૂણાઓ $\rightarrow$ $\angle ABC$, $\angle BCA$, $\angle CAB$
- ત્રિકોણને ત્રણ શિરોબિંદુ હોય છે. શિરોબિંદુઓ : બિંદુઓ A, B અને C

◆ **બાજુઓના આધારે ત્રિકોણનાં નામ :**

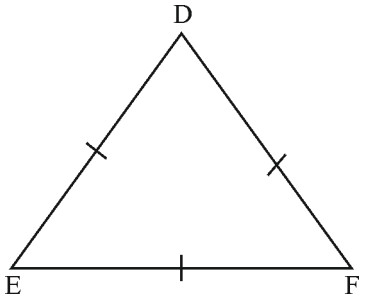
(1) જે ત્રિકોણની કોઈપણ બે બાજુઓ સરખી ન હોય તેને વિષમબાજુ ત્રિકોણ કહેવાય છે.



(2) જે ત્રિકોણમાં બે બાજુઓ સરખી હોય, તેને સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કહેવાય છે.



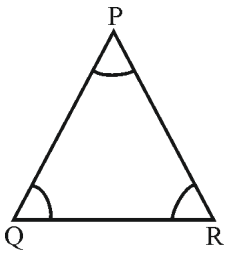
(3) જે ત્રિકોણમાં ત્રણેય બાજુઓ સરખી હોય, તેને સમબાજુ ત્રિકોણ કહે છે.



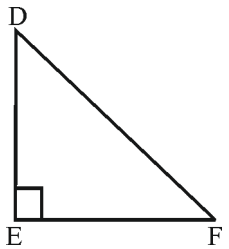
6.1 ત્રિકોણના પ્રકારો

◆ **ખૂણાઓના આધારે ત્રિકોણના પ્રકાર :**

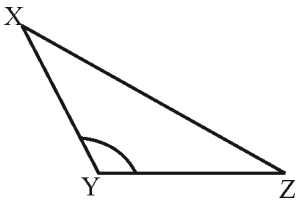
(1) જે ત્રિકોણનો દરેક ખૂણો 90° કરતાં નાનો હોય તે ત્રિકોણને લઘુકોણ ત્રિકોણ કહેવાય.



(2) જે ત્રિકોણમાં કોઈ એક ખૂણો કાટકોણ હોય તો તેને કાટકોણ ત્રિકોણ કહેવાય.



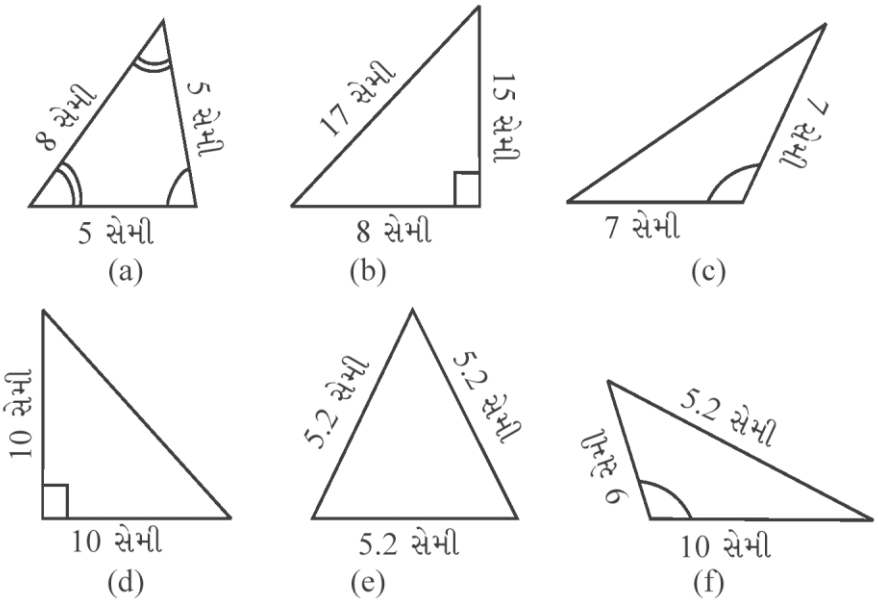
(3) જે ત્રિકોણમાં કોઈ એક ખૂણો 90° કરતાં વધુ હોય તો તેને ગુરુકોણ ત્રિકોણ કહેવાય.



નીચેના દાખલા તમારી નોટબુકમાં ગણો.

1. Δ PQR દોરો. તેનાં શિરોબિંદુઓનાં નામ લખો. રેખાખંડો લખો અને ખૂણાઓ લખો.

2. ત્રિકોણની આકૃતિ (a) થી (f) પરથી ત્રિકોણનાં બાજુના આધારે પ્રકાર જણાવો.



3. પ્રશ્ન-2માં આપેલ આકૃતિ પરથી દરેક ખૂણાનાં માપ શોધો અને ખૂણાના આધારે ત્રિકોણનો પ્રકાર જણાવો. (કોષ્ટકમાં લખો.)

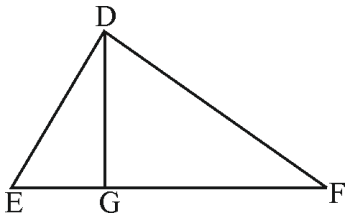
ક્રમ	ખૂણાનાં માપ	ખૂણાના આધારે ત્રિકોણનો પ્રકાર
a.	(1) _____ , (2) _____ , (3) _____	(a) _____
b.	(1) _____ , (2) _____ , (3) _____	(b) _____
c.	(1) _____ , (2) _____ , (3) _____	(c) _____
d.	(1) _____ , (2) _____ , (3) _____	(d) _____
e.	(1) _____ , (2) _____ , (3) _____	(e) _____
f.	(1) _____ , (2) _____ , (3) _____	(f) _____

4. આ આકૃતિ પરથી ત્રણ ત્રિકોણનાં નામ લખો.

(1) _____

(2) _____

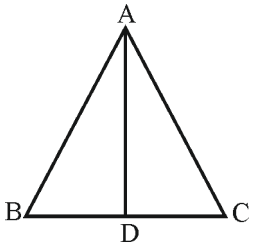
(3) _____



6.2 મધ્યગા અને વેધ

◆ **<u>ત્રિકોણની મધ્યગા :</u>**

ત્રિકોણની કોઈ એક બાજુનું મધ્યબિંદુ અને તેની બાજુની સામેના શિરોબિંદુને જોડતો રેખાખંડ ત્રિકોણની મધ્યગા કહેવાય.

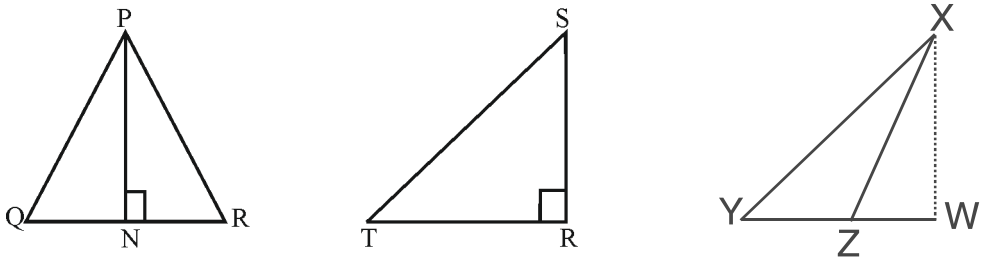


$$BD = CD = \frac{1}{2} BC$$

- અહીં $\overline{BC}$ નું મધ્યબિંદુ D છે. તથા $\overline{BC}$ ની સામેનું શિરોબિંદુ A છે. $\overline{AD}$ એ ત્રિકોણની મધ્યગા કહેવાય.
- ત્રિકોણને **ત્રણ** મધ્યગાઓ હોય.

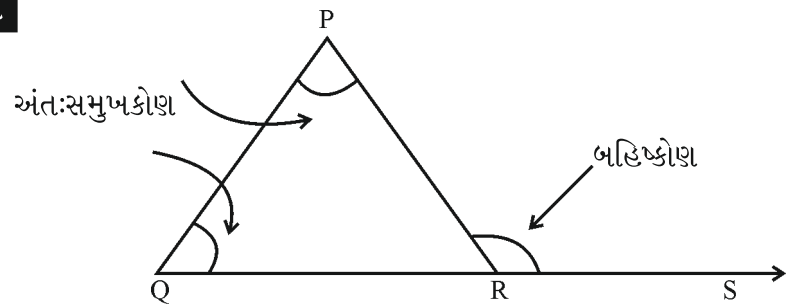
◆ **<u>ત્રિકોણનો વેધ :</u>**

ત્રિકોણના શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુ પર દોરેલ લંબ રેખાખંડને ત્રિકોણનો વેધ કહેવાય.



- ΔPQR માં P માંથી સામેની બાજુ $\overline{QR}$ પર લંબ રેખાખંડ $\overline{PN}$ દોરેલ છે જે વેધ કહેવાય.
- ΔSTR માં $\angle R$ એ કાટખૂણો છે. તેથી $\overline{SR}$ એ બિંદુ S માંથી સામેની બાજુ $\overline{TR}$ પરનો લંબ રેખાખંડ કહેવાય અને $\overline{TR}$ એ બિંદુ T માંથી સામેની બાજુ $\overline{SR}$ પર દોરેલ લંબ રેખાખંડ કહેવાય તે વેધ છે.
- ΔXYZ માં બિંદુ X ની સામેની બાજુ $\overline{YZ}$ છે. બિંદુ X માંથી $\overline{YZ}$ પર લંબરેખાખંડ દોરી શકાતો નથી તેથી $\overline{YZ}$ ને આગળ લંબાવતાં $\overline{YZ}$ પર બિંદુ X માંથી લંબ રેખાખંડ $\overline{XW}$ દોરી શકાય છે. આ $\overline{XW}$ એ વેધ છે.
- અહીં વેધ એ ત્રિકોણના બહારના ભાગમાં મળે છે.
- ત્રિકોણને ત્રણ વેધ હોય છે.

6.3 બહિષ્કોણ



ΔPQR માં $\overline{QR}$ ને આગળ Rની દિશામાં લંબાવતાં R આગળ બનતો $\angle PRS$ ને ΔPQR નો બહિષ્કોણ કહેવાય છે.

$\angle R$ સિવાયના બાકીના બે ખૂણા $\angle P$ અને $\angle Q$ અંતઃસમુખકોણ કહેવાય છે.

- ત્રિકોણનો બહિષ્કોણ તેના અંતઃસમુખકોણના સરવાળા જેટલો હોય છે.

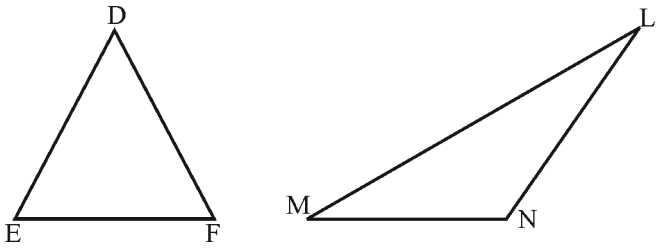
  અહીં $\angle PRS = \angle P + \angle Q$ થાય.
- ત્રિકોણને દરેક ખૂણા આગળ 2 બહિષ્કોણ મળે એમ કુલ 6 બહિષ્કોણ મળે.
- ત્રિકોણના ત્રણે ખૂણાનાં માપનો સરવાળો 180° થાય છે.
- સમબાજુ ત્રિકોણમાં દરેક ખૂણાનું માપ 60° હોય છે.
- સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં સમાન બાજુની સામેના ખૂણા સમાન હોય છે.
- ત્રિકોણની કોઈપણ બે બાજુની લંબાઈનો સરવાળો ત્રીજી બાજુ કરતાં વધારે હોય છે.

ખાલી જગ્યા પૂરો.

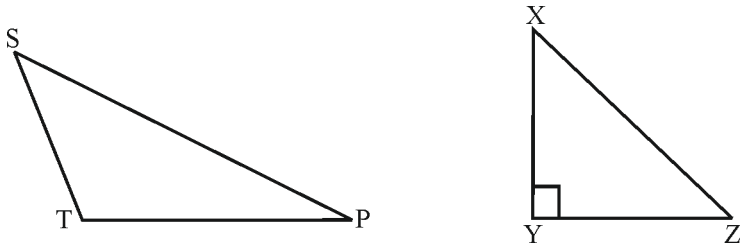
1. Δ STM માં શિરોબિંદુ T ની સામેની બાજુ _____ .
2. Δ MNO માં $\overline{MN}$ ની સામેનો ખૂણો _____ .
3. Δ XYZ માં $\angle X$ અને $\angle Y$ ની વચ્ચેની બાજુ _____ .
4. કોઈપણ ત્રિકોણને _____ મધ્યગા હોય છે.
5. મધ્યગા એ ત્રિકોણના _____ ભાગમાં હોય છે.
6. ત્રિકોણને _____ વેધ હોય છે.
7. સમદ્વિબાજુ Δ PQR માં PQ = QR છે. જો $\angle P = 50^\circ$ હોય તો $\angle R$ = _____ અને $\angle Q$ = _____ .
8. સમબાજુ Δ XYZ માં $\angle X$ = _____ .
9. ΔDEF માં $\angle D = 60^\circ$, $\angle E = 30^\circ$ હોય તો ΔDEF એ _____ પ્રકારનો ત્રિકોણ છે.
10. જો ત્રિકોણના ખૂણા 1:2:3 ના પ્રમાણમાં છે તો ત્રણે ખૂણાઓનું માપ _____ , _____ અને _____ થાય.

નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો.

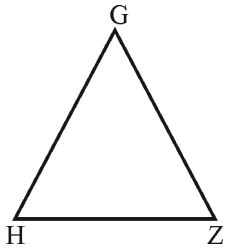
1. કોઈ ત્રિકોણ માટે વેધ અને મધ્યગા સમાન હોઈ શકે ? કયા ત્રિકોણ માટે ?
2. ત્રિકોણને દરેક ખૂણા આગળ કેટલા બહિષ્કોણ મળે ? કુલ કેટલા બહિષ્કોણ મળે ?
3. કોઈ ત્રિકોણનો બહિષ્કોણ એ સરળકોણ હોઈ શકે ?
4. એક ત્રિકોણના બહિષ્કોણના અંતઃસમુખકોણનાં માપ 50° અને 30° છે તો બહિષ્કોણનું માપ શોધો.
5. નીચેની આકૃતિમાં મધ્યગા દોરો. (કોઈ એક મધ્યગા)



6. નીચેની આકૃતિમાં વેધ દોરો. (કોઈ એક વેધ)

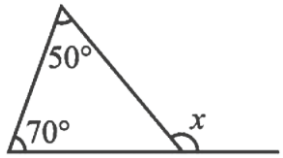


7. નીચેની આકૃતિમાં તમામ બહિષ્કોણ દોરો અને નામ આપો.

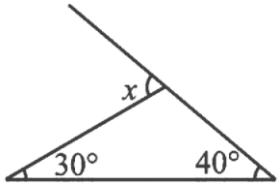


8. નીચેની આકૃતિઓમાં xનું માપ શોધો.

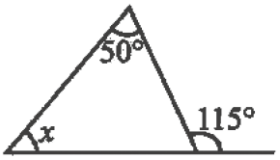
(a)



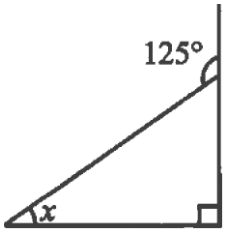
(b)



(c)



(d)



9. નીચે પ્રમાણેની બાજુઓ ધરાવતો ત્રિકોણ શક્ય છે ?

(a) 2 સેમી, 3 સેમી, 5 સેમી

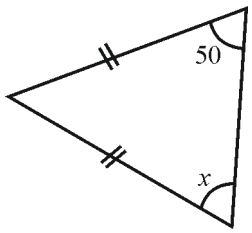
(b) 3 સેમી, 6 સેમી, 7 સેમી

(c) 5.8 સેમી, 10.2 સેમી, 4.5 સેમી

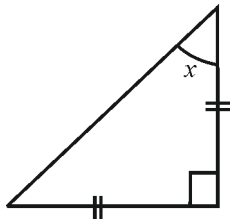
(d) 9.6 સેમી, 2.4 સેમી, 12 સેમી

10. નીચેની આકૃતિમાં xનું માપ શોધો.

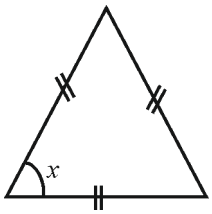
(a)



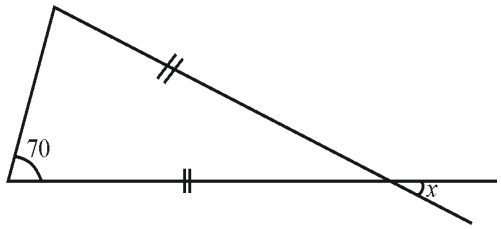
(b)



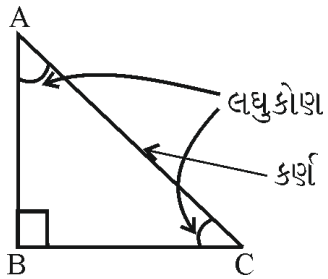
(c)



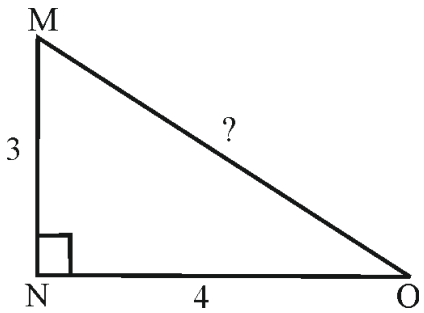
(d)



◆ **કાટકોણ ત્રિકોણ અને પાયથાગોરસનો ગુણધર્મ.**



- $\boxed{(\text{કર્ણ})^2 = \text{કાટખૂણો બનાવતી બે બાજુઓના વર્ગોનો સરવાળો.}}$
- અહીં $AC^2 = AB^2 + BC^2$



Δ MNO માં $\angle N$ કાટકોણ છે. તેથી $\overline{MO}$ કર્ણ થાય.

$MO^2 = MN^2 + NO^2$

$= (3)^2 + (4)^2$

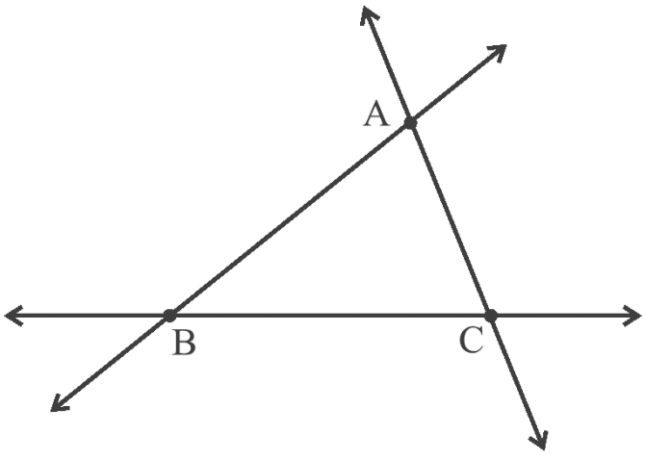
$= 9 + 16$

$MO^2 = 25$

$MO^2 = (5)^2$

$\boxed{\therefore MO = 5}$

◆ **ત્રિકોણ :**



→ "ત્રણ અસમરેખ બિંદુઓને રેખાખંડો વડે જોડતાં મળતી બંધ આકૃતિને ત્રિકોણ કહેવાય."

→ ત્રિકોણને કુલ છ અંગો છે. (i) ત્રણ બાજુઓ (ii) ત્રણ ખૂણોઓ

→ Δ ABC વડે ત્રિકોણ ABC ને સંકેતમાં દર્શાવાય.

6.4 ત્રિકોણની એકરૂપતા

- **એકરૂપતા : <u>જે આકૃતિઓ આકાર અને કદમાં સમાન હોય તેમને એકરૂપ કહેવાય.</u>**

ઉદાહરણ : (1) દરેક બેન્કના 'ATM' કાર્ડ

(2) દરેક વ્યક્તિના એક સમાન પાસપોર્ટ સાઇઝના ફોટાઓ

(3) કૅરમ બોર્ડની કૂકરીઓ

(4) સમાન લંબાઈ ધરાવતા ચોરસો

(5) સમાન ત્રિજ્યા ધરાવતા વર્તુળો

(6) એક પુસ્તકમાં રહેલા દરેક પાનાઓ

(7) દરેક ધોરણના વિષય પ્રમાણેના પુસ્તકો

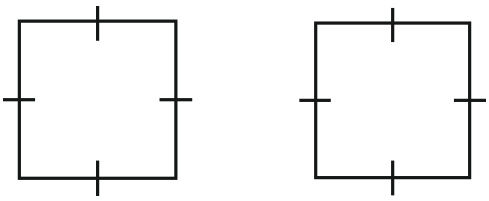
(8) ફ્રિજમાં રહેલી બરફની ટ્રે

(9) હાલમાં નવા બહાર પાડેલા ₹ 5 અને ₹ 10ના સિક્કાઓ

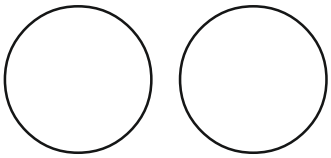
(10) સમાન ઊંચાઈ અને ત્રિજ્યા ધરાવતા નળાકારો

એકરૂપ આકૃતિઓ

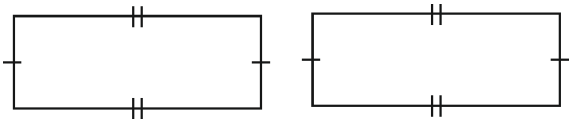
(1)



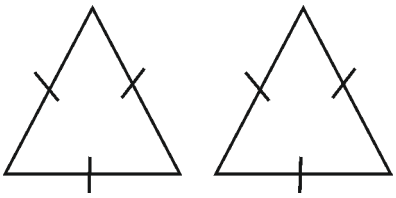
(2)



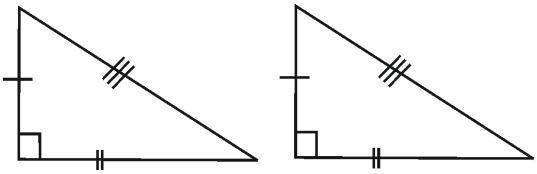
(3)



(4)

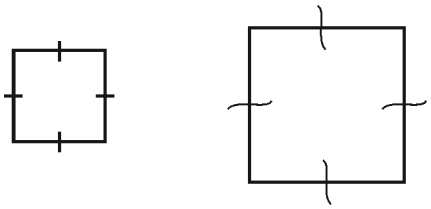


(5)

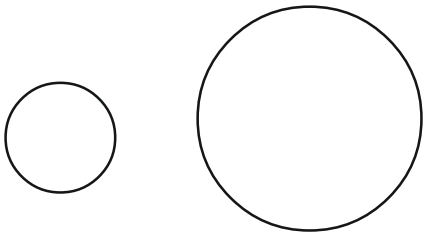


એકરૂપ ન હોય તેવી આકૃતિઓ

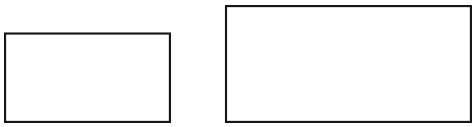
(1)



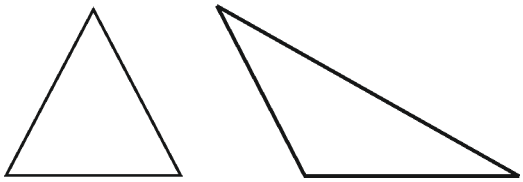
(2)



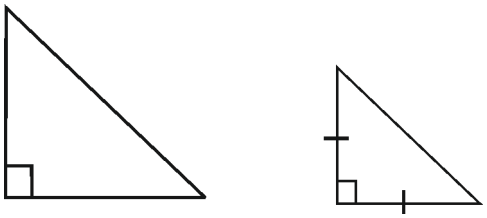
(3)



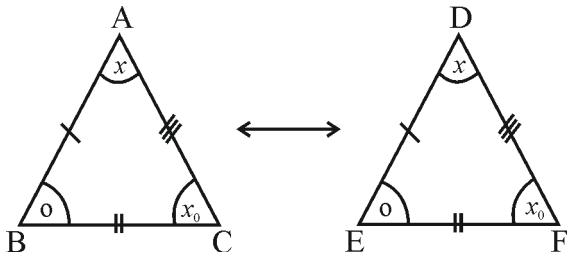
(4)



(5)



◆ **ત્રિકોણની એકરૂપતા :**

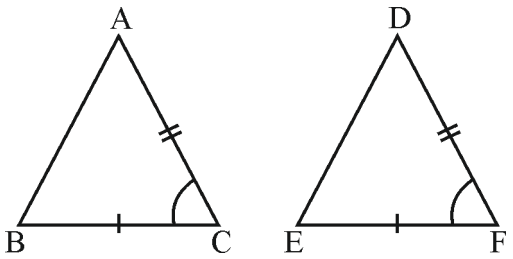


Δ ABC અને Δ DEF માં સંગતતા ABC $\leftrightarrow$ DEF માટે, $\angle A \cong \angle D$; $\angle B \cong \angle E$; $\angle C \cong \angle F$ તથા $\overline{AB} \cong \overline{DE}$; $\overline{BC} \cong \overline{EF}$; $\overline{AC} \cong \overline{DF}$ થાય, તો સંગતતા ABC $\leftrightarrow$ DEF એકરૂપતા થાય અને Δ ABC અને Δ DEF એકરૂપ થાય.

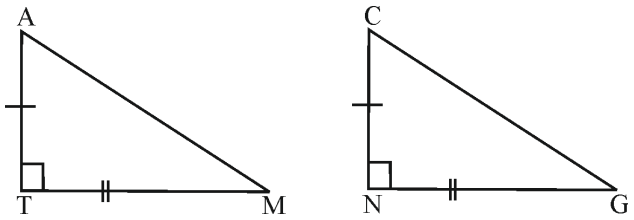
સંકેતમાં Δ ABC $\cong$ Δ DEF વડે દર્શાવાય.

6.5 એકરૂપતાની શરતો

(1) બાખૂબા એકરૂપતાની શરત (SAS) :

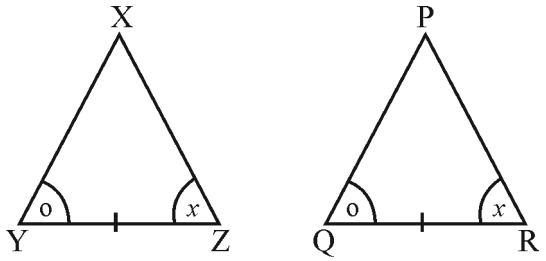


"જો બે ત્રિકોણ માટે એક ત્રિકોણની બે બાજુઓ અને અંતર્ગત ખૂણો બીજા ત્રિકોણની અનુરૂપ બાજુઓ અને અંતર્ગત ખૂણાને સમાન હોય તો તે બે ત્રિકોણે એકરૂપ થાય."

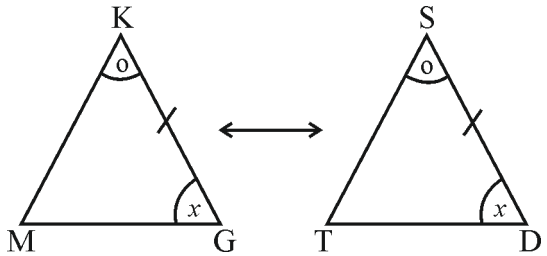


બાજુની આકૃતિમાં કયાં ત્રિકોણો એકરૂપ થાય છે ?
કઈ શરતને આધારે ?

(2) ખૂબાખૂ શરત (ASA) :



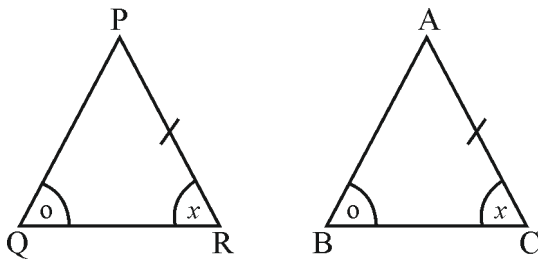
"જો બે ત્રિકોણ માટે એક ત્રિકોણના બે ખૂણાઓ અને અંતર્ગત બાજુઓ બીજા ત્રિકોણના અનુરૂપ ખૂણાઓ અને અંતર્ગત હોય તેવી બાજુ સમાન હોય, તો તે બે ત્રિકોણો એકરૂપ થાય.

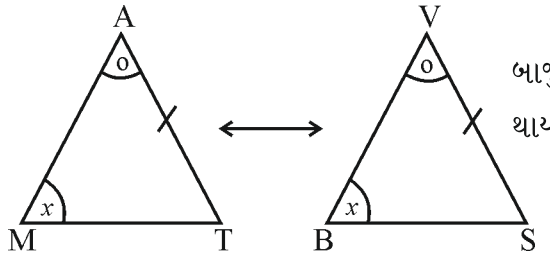


બાજુની આકૃતિમાં કયાં ત્રિકોણો એકરૂપ થાય છે ? કઈ શરતને આધારે ?

(3) ખૂખૂબા શરત (AAS) :

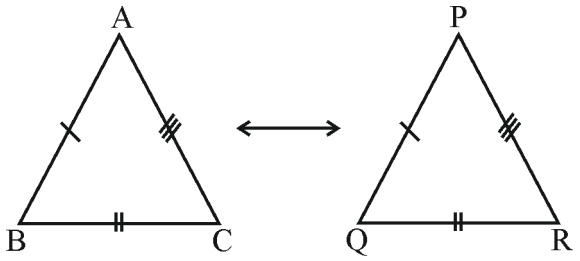
"જો બે ત્રિકોણ માટે એક ત્રિકોણના બે ખૂણાઓ અને તેને અંતર્ગત ન હોય તેવી બાજુ બીજા ત્રિકોણમાં અનુરૂપ ખૂણાઓ અને અંતર્ગત ન હોય તેવી બાજુ સમાન હોય, તો તે બે ત્રિકોણો એકરૂપ થાય.



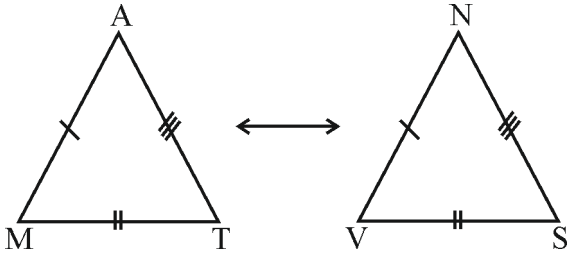


બાજુની આકૃતિમાં કયાં ત્રિકોણો એકરૂપ થાય છે ? કઈ શરતને આધારે ?

(4) બાબાબા શરત (SSS) :

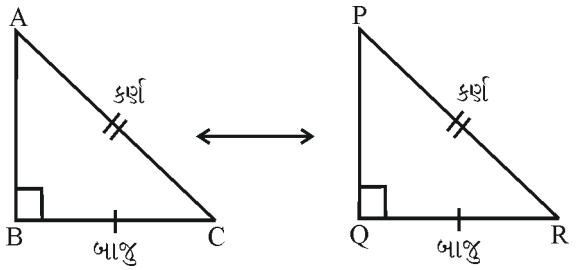


"જો બે ત્રિકોણ માટે એક ત્રિકોણની ત્રણેય બાજુઓ બીજા ત્રિકોણની અનુરૂપ બાજુઓને સમાન હોય, તો આ બંને ત્રિકોણ એકરૂપ થાય.



બાજુની આકૃતિમાં કયાં ત્રિકોણો એકરૂપ થાય છે ? કઈ શરતને આધારે ?

(5) કાકબા શરત (RHS) :



"જો બે ત્રિકોણમાં એક ત્રિકોણનો કાટખૂણો, કર્ણ અને એકબાજુ બીજા ત્રિકોણના કાટખૂણો, કર્ણ અને અનુરૂપ બાજુને સમાન હોય, તો આ બે ત્રિકોણ એકરૂપ થાય.

નોંધ : (1) ઉપરની આકૃતિમાં Δ _____ ≅ Δ _____ થાય.

(2) CPCT → Corresponding Parts of Congruent Triangles are also congruent (એકરૂપ ત્રિકોણના અનુરૂપ અંગો એકરૂપ હોય.)

પ્રમેય 6.1 (ખૂબાખૂ) : જો એક ત્રિકોણના બે ખૂણા અને અંતર્ગત બાજુ બીજા ત્રિકોણના અનુરૂપ ખૂણા અને અંતર્ગત બાજુને સમાન હોય, તો આ બે ત્રિકોણ એકરૂપ છે.

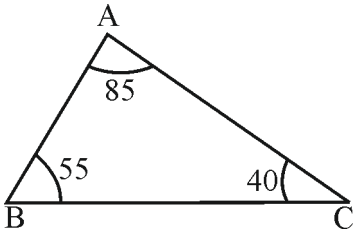
પ્રમેય 6.2 : સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની બે સમાન બાજુઓની સામેના ખૂણાઓ સમાન હોય.

પ્રમેય 6.3 : ત્રિકોણના સમાન ખૂણાની સામેની બાજુઓ સમાન હોય છે. (પ્રમેય 7.2 નો પ્રતીય પ્રમેય છે.)

નીચેની ખાલી જગ્યા લખો.

6.6 ત્રિકોણમાં અસમતાનો સંબંધ

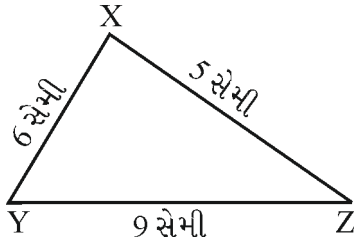
→ જો ત્રિકોણની બે બાજુઓ અસમાન હોય ત્યારે મોટી બાજુની સામેનો ખૂણો મોટો હોય છે. તો....



(i) Δ ABC માં સૌથી મોટી બાજુ _____ થાય.

(ii) AC _____ BC થાય.

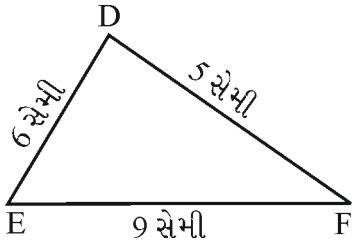
→ ત્રિકોણની મોટા ખૂણાની સામેની બાજુ મોટી હોય છે. તો ...



(i) Δ XYZ માં સૌથી મોટો ખૂણો _____ થાય.

(ii) ∠X _____ ∠Z થાય.

→ ત્રિકોણમાં કોઈપણ બે બાજુઓની માપનો સરવાળો ત્રીજી બાજુ કરતાં અધિક (મોટો) હોય છે. તો ...

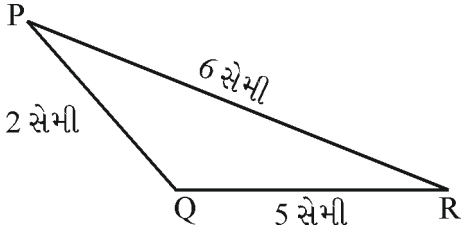


(i) DE + EF > DF

(ii) EF + DF > DE

(iii) DF + DE > EF

→ ત્રિકોણમાં કોઈપણ બે બાજુઓની માપની બાદબાકી ત્રીજી બાજુ કરતાં હંમેશા નાની હોય છે. તો ...



(i) PR - PQ < QR

(ii) PR - QR < PQ

(iii) QR - PQ < PR થાય.

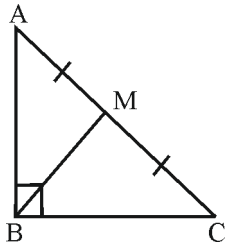
6.7 ત્રિકોણના કેટલાંક અગત્યના પરિણામો

→ કાટકોણ ત્રિકોણમાં સૌથી મોટી બાજુ **કર્ણ** હોય છે.

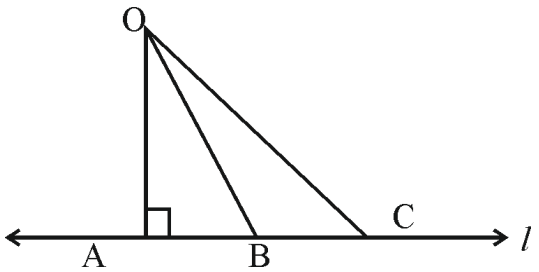
→ સમબાજુ ત્રિકોણના દરેક ખૂણાનું માપ **60°** હોય છે.

→ કાટકોણ ત્રિકોણમાં કાટખૂણો હંમેશા બાકીના બે ખૂણાથી મોટો હોય છે.

→ જો કાટકોણ Δ ABC માં કર્ણ AC નું મધ્યબિંદુ M હોય, તો BM = $\frac{1}{2}$ AC થાય.

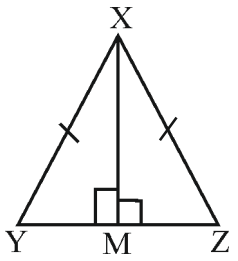


→ રેખાખંડના બહારના બિંદુમાંથી રેખાખંડ પર દોરેલ લંબની લંબાઈ તે રેખાથી સૌથી ઓછા અંતરે હોય છે.



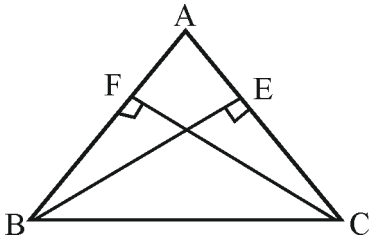
→ જો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ ABC માં AB = AC હોય તથા B અને A ના દ્વિભાજકો એકબીજાને O માં છેદે છે તો **OB = OC** થાય.

→ ΔXYZ માં XY = XZ તથા $XM \perp YZ$ હોય, તો XM વેધ અને મધ્યગા બંને થાય.



નીચેના વિધાનો તથા આકૃતિનો અભ્યાસ કરી યોગ્ય જવાબ લખો :

(1)

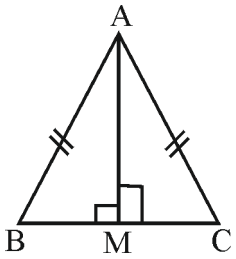


ΔABC માં વેધ સમાન છે.

(i) કયાં બે ત્રિકોણ કઈ શરત પ્રમાણે એકરૂપ થાય ?

(ii) ΔABC નો પ્રકાર જણાવો ?

(2)



સમદ્વિબાજુ ΔABC માં $AM \perp BC$ હોય, તો $\angle B$ _____ $\angle C$ થાય.

નીચેના વિધાનો સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી જવાબ લખો.

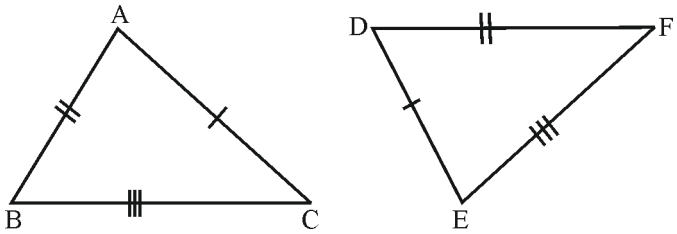
(1) જો ત્રિકોણના ત્રણેય વેધ સમાન હોય, તો ત્રિકોણ _____ થાય.

(A) સમદ્વિબાજુ (B) સમબાજુ (C) કાટકોણ (D) વિષમબાજુ

(2) જો ત્રિકોણની ત્રણેય મધ્યગા સમાન હોય, તો ત્રિકોણ _____ થાય.

(A) સમદ્વિબાજુ (B) સમબાજુ (C) કાટકોણ (D) એકપણ નહિ

(3)



બાજુની આકૃતિ માટે નીચે પૈકી સાચો વિકલ્પ કર્યો છે ?

(A) $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ (B) $\Delta ABC \cong \Delta FED$

(C) $\Delta ABC \cong \Delta DFE$ (D) $\Delta ABC \cong \Delta EDF$

(4) Δ DEF માં DG એ $\angle D$ નો દ્વિભાજક છે તથા $\angle E = 70^\circ$; $\angle F = 30^\circ$ હોય, તો _____ થાય.

(A) EG > DE > DF (B) EG < DE < DF (C) DE > EG > GF (D) DE < EG < GF

(5) આપેલ શરતો પૈકી કઈ શરત ત્રિકોણની એકરૂપતા માટેની શરત નથી ?

(A) બાખૂબા (B) ખૂબાખૂ (C) બાબાખૂ (D) કાકબા

(6) જો PQ = AB, QR = BC અને PR = AC તો _____

(A) Δ PQR $\cong$ Δ ABC (B) Δ PQR $\cong$ Δ BAC

(C) Δ QRP $\cong$ Δ ABC (D) Δ PRQ $\cong$ Δ ABC

(7) જો Δ PQR માં PQ = PR અને $\angle Q = 50^\circ$ હોય તો $\angle R$ = _____

(A) 80° (B) 50° (C) 80° (D) 130°

(8) ત્રિકોણની બે બાજુઓનાં માપ અનુક્રમે 5 સેમી અને 1.5 સેમી છે. તો ત્રીજી બાજુનું માપ _____ શકય નથી.

(A) 3.6 સેમી (B) 4.1 સેમી (C) 3.8 સેમી (D) 3.4 સેમી

(9) જો Δ ABC માં $\angle C = \angle A$, BC = 4 સેમી અને AC = 5 સેમી હોય, તો AB ની લંબાઈ _____ થાય.

(A) 4 સેમી (B) 5 સેમી (C) 2 સેમી (D) 2.5 સેમી

પ્રકરણ 7

આપણા રોજિંદા જીવનમાં એવી કેટલીક ઘટનાઓ કે સ્થિતિ હોય છે જે ચોક્કસ થશે કે થવાની શકયતા નથી. ક્યારેક એવી ઘટના હોય કે એ થાય પણ ખરી અને ન પણ થાય એટલે કે પરિસ્થિતિ થવાની કેટલીક તક હોય છે. નીચેના વિધાનો વિશે વિચારો.

(1) સૂર્ય પૂર્વ દિશામાં આથમે છે.

(2) કીડીની ઊંચાઇ 3 મીટર સુધી વધે છે.

(3) દરવાજાની બાજુ કરતા તેની દિવાલની બાજુ મોટી હશે.

(4) કબડ્ડીની રમતમાં ટીમ A અને B પૈકી ટીમ A જ જીતશે.

(5) આજે વરસાદ પડશે.

આપણે આ વાકયો પરથી કહી શકાય કે સૂર્ય પૂર્વ દિશામાં આથમે તે અશકય છે. કીડીની ઊંચાઇ 3 મીટર જેટલી ક્યારેય થાય નહિ તો ત્રીજા વાકયમાં દરવાજો દિવાલ કરતાં નાનો જ હોય એટલે આ વિધાન સાચું છે. જયારે ચોથા વિધાનમાં રમતમાં ગમે તે ટીમ જીતી શકે છે એ ચોક્કસ ન કહી શકાય. ટીમ A કે ટીમ B પૈકી કોઈપણ ટીમ જીતી શકે છે. જયારે પાંચમા વિધાનમાં આજે વરસાદ પડશે. આ વિધાન પણ અનિશ્ચિત ગણાય. વરસાદ પડે પણ ખરો કે ન પણ પડે. આ બંને શકયતા છે.

જયારે રૂપિયાનો સિક્કો ઉછાળવામાં આવે ત્યારે છાપ (H) કે કાંટો (T) પૈકી કોઇ એક જ આવે. શું તમે નક્કી કહી શકો કે છાપ કે કાંટા પૈકી કાંટો જ આવશે? એ તો સિક્કો ઉછાળીએ અને પરિણામ આવે ત્યારે જ ખબર પડે. અહીં છાપ અથવા કાંટો એ આપણને મળતી બે શકયતાઓ છે. માટે હેડ અથવા ટેલ મળવાની સંભાવના સરખી કહેવાય જે $\frac{1}{2}$ છે.

આજ રીતે રમવાના પાસાને 6 ફલક હોય છે. જયારે રમવાનો પાસો ફેંકીએ ત્યારે કયો અંક મળશે એ નક્કી કરી શકાતું નથી. 1 થી 6 પૈકી કોઇપણ અંક મળવાની સંભાવના એક સરખી હોય છે. એટલે એમ કહી શકીએ કે પાસા માટે $\frac{1}{6}$ એકસરખી સંભાવના છે.

આપણે અગાઉ 1 થી 5 વિધાન જોયા. એ વિધાનની સંભાવના 0 અથવા 1 થાય. જે તે ઘટના બનવાની શકયતા ચોક્કસ હોય તો સંભાવના 1 અને જો ઘટના ન જ બને એમ હોય તો સંભાવના 0 ગણાય છે.

✍ **નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો.**

(1) એક બેગમાં 5 લખોટી છે, જેના પર 1 થી 5 અંક લખેલા છે. તો

(A) 4 અંક લખેલી લખોટી આવવાની સંભાવના કેટલી ?

(B) 5 અંક લખેલી લખોટી મળવાની સંભાવના કેટલી ?

(C) 1 અંક લખેલી લખોટી મળવાની સંભાવના કેટલી ?

(2) એક બોક્ષમાં લાલ, લીલો અને પીળો એમ ત્રણ દડા છે. જો દડાને જોયા વિના બહાર કાઢવામાં આવે તો લાલ રંગના દડાની બહાર આવવાની સંભાવના કેટલી થાય?

(3) એક થેલામાં ૩ લાલ રંગના અને ૨ લીલા રંગના દડા છે. જો થેલામાંથી જોયા વગર દડો પસંદ કરવામાં આવે તો,

(A) લાલ રંગના દડાની પસંદ થવાની સંભાવના કેટલી?

(B) લીલા રંગના દડાની પસંદ થવાની સંભાવના કેટલી?

(4) ચોક્કસ બને એવી ઘટનાઓ અને અશક્ય ઘટનાઓ હોય એવી ૩-૩ ઘટનાઓ લખો.

⇨ ચોક્કસ બને એવી ઘટનાઓ .....

(1) _____

(2) _____

(3) _____

⇨ અશક્ય ઘટનાઓ .....

(1) _____

(2) _____

(3) _____

- **નીચેના વાકયો વાંચો.**

  - દિવાળી વેકેશન પછી શાળાઓ ખૂલવાની શકયતા રહેલી છે.
  - આ વખતે પરીક્ષાઓ મોડી લેવાય તેવી આશંકા દેખાઇ રહી છે.

ઉપરના વાકયોમાં શકયતા, આશંકા જેવા શબ્દો તે અચોક્કસતાનાં પરિણામ દર્શાવે છે. 'કાં તો હા', 'કાં તો ના' બંને માટે 50% શકયતા ધરાવતાં પરિણામો છે. આવા જ પ્રકારના વિધાનો/વાકયોના આધારે જ જુગારની રમતમાંથી સંભાવનાની શરૂઆત થઇ હતી.

7.1 સંભાવનાનો ઈતિહાસ

- ઇ.સ. 1654 માં ચેવલીયર મેરે નામનો જુગારી મહાન ગણિતશાસ્ત્રી અને તત્વ જ્ઞાનની બ્લેઇઝ પાસ્કલ પાસે પાસાને લગતાં કેટલાંક પ્રશ્નોને લઇને ગયાં અને તેના ગણતરીના પરિણામ સ્વરૂપ સંભાવનાની શરૂઆત થઇ.
- ઇટાલીના ગણિતશાસ્ત્રી જે. કાર્ડને સૌપ્રથમ 'Book of Game of chance' નાં શીર્ષકનું પુસ્તક બહાર પાડી જેમાં સંભાવનાની ગણતરીનો ઉલ્લેખ કરવામાં આવ્યો છે.

આ સિવાય અન્ય ગણિતશાસ્ત્રીઓ જેવા કે બર્નોલી, લાપ્લાસ, માર્કોવ અને કોલ્મોર્ગોવ પણ સંભાવના માટે પોતાનું યોગદાન આપેલ છે.

7.2 પ્રાયોગિક સંભાવના

☞ **પ્રાયોગિક સંભાવના અથવા આનુભાવિક સંભાવના :–**

ઘટના E ઉદ્ભવે તેની પ્રાયોગિક સંભાવના P(E) વડે દર્શાવાય છે.

$$P(E) = \frac{\text{ઘટના E ઉદ્ભવે તે માટેના પ્રયત્નોની સંખ્યા}}{\text{પ્રયત્નોની કુલ સંખ્યા}}$$

☞ **યાદચ્છિક પ્રયોગ :–**

એવા પ્રયોગ કે જેમના પરિણામ પહેલેથી જ્ઞાત હોય પરંતુ પ્રયોગ પૂર્ણ થયેથી જ માલૂમ પડે કે કયું પરિણામ મળશે તેને યાદચ્છિક પ્રયોગ કહે છે.

ઉદાહરણ :– ટીમ A અને B વચ્ચે રમાતી ક્રિકેટ મેચ.

પરિણામ : ટીમ A જીતે અને ટીમ B હારે અથવા ટીમ A હારે અને ટીમ B જીતે અથવા ક્રિકેટ મેચ ડ્રો (ટાઇ).

પરંતુ મેચ પૂર્ણ થયા વગર ઉપરના ત્રણમાંથી કયું પરિણામ આવશે તે આપણે અગાઉથી કહી શકતાં નથી.

- **સ્વ-પ્રયત્ન કરો :-**

ઉપરના જેવા બીજા ત્રણ યાદચ્છિક પ્રયોગનાં ઉદાહરણ અને તેમના શક્ય તમામ પરિણામ લખો.

- **ઘટના (Event) :-**

યાદચ્છિક પ્રયોગનાં શક્ય પરિણામોમાંથી કોઇ એક પરિણામ મેળવવા માટે કરવામાં આવતી પ્રક્રિયાને ઘટના કહે છે. જેને (Event) 'E' વડે દર્શાવાય છે.

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ઉત્તર આપો.

(i) એક પાસાને 1000 વખત ઉછાળવામાં આવે છે તેથી મળતાં પરિણામોની નોંધ નીચે કરવામાં આવેલ છે.

પરિણામ	1	2	3	4	5	6
આવૃતિ	180	150	160	170	150	190

પાસા પર 5 મળે તેની સંભાવના _____ છે.

(A) $\frac{9}{50}$ (B) $\frac{3}{20}$ (C) $\frac{4}{25}$ (D) $\frac{7}{25}$

(ii) 642 વ્યક્તિઓનાં નિદર્શનમાં, 514 વ્યક્તિઓ પાસે માધ્યમિક શાળાનું પ્રમાણપત્ર છે. તેમ જાણવા મળ્યું. જે વ્યક્તિ માધ્યમિક શાળાનું પ્રમાણપત્ર ધરાવે છે તેની સંભાવના _____ છે.

(A) 0.5 (B) 0.6 (C) 0.7 (D) 0.8

(iii) જેમની ઉંમર 19-36 મહિનાની હોય તેવા 364 બાળકોનું ખાવામાં વસ્તુની પસંદગી સંદર્ભે સર્વેક્ષણ કરવામાં આવ્યું. 91 બાળકો બટાકાની વેફર ખાવાનું પસંદ કરે છે તો તેની સંભાવના _____ છે.

(A) 0.25 (B) 0.50 (C) 0.75 (D) 0.80

(iv) એક વર્ગના વિદ્યાર્થીઓની દાકતરી તપાસમાં નીચે પ્રમાણે રૂધિરના જૂથની નોંધ કરવામાં આવી:

રૂધિરનું જૂથ	A	AB	B	O
વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા	10	13	12	5

વર્ગમાંથી એક વિદ્યાર્થીને યાદચ્છિક પસંદ કરતાં, તે B રૂધિરજૂથનો હોય તેની સંભાવના _____ છે.

(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{13}{40}$ (C) $\frac{3}{10}$ (D) $\frac{1}{8}$

(v) બે સિક્કાને 1000 વખત ઉછાળતાં મળતાં પરિણામોમાં મળતી છાપના આધારે નીચેનું કોષ્ટક તૈયાર કરવામાં આવ્યું.

છાપની સંખ્યા	2	1	0
આવૃત્તિ	200	550	250

ઉપરની માહિતીના આધારે વધુમાં વધુ એક છાપ મળે છે તેની સંભાવના _____ છે.

(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{4}{5}$ (D) $\frac{3}{4}$

નીચેના પ્રશ્નોનાં ઉત્તર આપો.

(i) ઘટનાની પ્રયોગાત્મક સંભાવના ઋણ સંખ્યા હોઇ શકે? જો ના, તો શા માટે?

(ii) ઘટનાની પ્રયોગાત્મક સંભાવના 1 કરતાં વધારે હોઇ શકે? તમારા જવાબની યથાર્થતા ચકાસો.

(iii) એક કંપનીએ યાદચ્છિક રીતે 4000 પરિવારની પસંદગી કરી અને તેમની મોજણીમાં આવકના સ્તર અને પરિવારમાં રાખેલા મોબાઇલ વચ્ચેનો સંબંધ શોધી કાઢયો. મેળવેલ માહિતીની યાદી નીચેના કોષ્ટકમાં છે.

માસિક આવક (રૂપિયામાં)	**મોબાઇલ/પરિવારોની સંખ્યા**			
	0	1	2	3
રૂ. 1000 થી ઓછી	20	80	10	0
10000-14999	10	240	60	20
15000-19999	0	380	120	30
20000-24999	0	500	370	80
રૂ. 25000 કે તેથી વધુ	0	1100	760	220

નીચે પ્રમાણેના પરિવારની સંભાવના શોધો.

(i) એક વર્ષમાં Rs. 1000 - Rs. 14999 કમાતા અને બરાબર એક મોબાઇલ ધરાવતાં પરિવારની સંભાવના શોધો.

(ii) એક વર્ષમાં Rs. 25000 કે તેથી વધુ કમાતા અને બે મોબાઇલ ધરાવતાં કુટુંબની સંભાવના શોધો.

(iii) એક પણ મોબાઇલ ન ધરાવતા પરિવારની સંભાવના શોધો.

વર્ગ	વર્ગમૂળ	વર્ગ	વર્ગમૂળ
$1^2 = 1$ (1x1)	$\sqrt{1} = 1$	$16^2 = 256$	$\sqrt{256} = 16$
$2^2 = 2$ (2x2)	$\sqrt{4} = 2$	$17^2 = 289$	$\sqrt{289} = 17$
$3^2 = 9$ (3x3)	$\sqrt{9} = 3$	$18^2 = 324$	$\sqrt{324} = 18$
$4^2 = 16$	$\sqrt{16} = 4$	$19^2 = 361$	$\sqrt{361} = 19$
$5^2 = 25$	$\sqrt{25} = 5$	$20^2 = 400$	$\sqrt{400} = 20$
$6^2 = 36$	$\sqrt{36} = 6$	$21^2 = 441$	$\sqrt{441} = 21$
$7^2 = 49$	$\sqrt{49} = 7$	$22^2 = 484$	$\sqrt{484} = 22$
$8^2 = 64$	$\sqrt{64} = 8$	$23^2 = 529$	$\sqrt{529} = 23$
$9^2 = 81$	$\sqrt{81} = 9$	$24^2 = 576$	$\sqrt{576} = 24$
$10^2 = 100$	$\sqrt{100} = 10$	$25^2 = 625$	$\sqrt{625} = 25$
$11^2 = 121$	$\sqrt{121} = 11$	$26^2 = 676$	$\sqrt{676} = 26$
$12^2 = 144$	$\sqrt{144} = 12$	$27^2 = 729$	$\sqrt{729} = 27$
$13^2 = 169$	$\sqrt{169} = 13$	$28^2 = 784$	$\sqrt{784} = 28$
$14^2 = 196$	$\sqrt{196} = 14$	$29^2 = 841$	$\sqrt{841} = 29$
$15^2 = 225$	$\sqrt{225} = 15$	$30^2 = 900$	$\sqrt{900} = 30$

સમજો: વર્ગમૂળ ($\sqrt{\ }$) એ સંખ્યાની $\frac{1}{2}$ ઘાત છે.

ઉદાહરણ: $\sqrt{256} = (256)^{\frac{1}{2}} = (16^2)^{\frac{1}{2}}$

$\therefore \sqrt{256} = 16$

ઘન અને ઘનમૂળના કોષ્ટક

ઘન	ઘનમૂળ
$1^3 = 1$	$\sqrt[3]{1} = 1$
$2^3 = 8$	$\sqrt[3]{8} = 2$
$3^3 = 27$	$\sqrt[3]{27} = 3$
$4^3 = 64$	$\sqrt[3]{64} = 4$
$5^3 = 125$	$\sqrt[3]{125} = 5$
$6^3 = 216$	$\sqrt[3]{216} = 6$
$7^3 = 343$	$\sqrt[3]{343} = 7$
$8^3 = 512$	$\sqrt[3]{512} = 8$
$9^3 = 729$	$\sqrt[3]{729} = 9$
$10^3 = 1000$	$\sqrt[3]{1000} = 10$
$11^3 = 1331$	$\sqrt[3]{1331} = 11$
$12^3 = 1728$	$\sqrt[3]{1728} = 12$
$13^3 = 2197$	$\sqrt[3]{2197} = 13$
$14^3 = 2744$	$\sqrt[3]{2744} = 14$
$15^3 = 3375$	$\sqrt[3]{3375} = 15$

સમજો: ઘનમૂળ $\sqrt[3]{\ }$ એ સંખ્યાનો $\frac{1}{3}$ ઘાત છે.

ઉદાહરણ:

$$\sqrt[3]{512} = (512)^{\frac{1}{3}}$$

$$= (8^3)^{\frac{1}{3}}$$

$$= 8$$

$$\therefore \sqrt[3]{512} = 8$$

- **એકમના અંકમાં શૂન્ય 0 કે 5 હોય તેવી સંખ્યાના વર્ગઃ**

એકમના અંકમાં 0 (શૂન્ય) હોય તેવી સંખ્યામાં શૂન્યોની સંખ્યા બમણી કરવાથી, વર્ગ મળે.

ઉદાઃ $(100)^2 = 10000$

$(1000)^2 = 1000000$

– એકમના અંકમાં 5 હોય તેવી સંખ્યાના વર્ગઃ

$35^2 =$ _____ એકમમાં 5 નો વર્ગ કરવો.

$5^2 = \underline{25}$

દશકના સ્થાનની સંખ્યા અને તેના તરત પછીની સંખ્યાનો ગુણાકાર મેળવવો.

અહીં $3 + 1 = 4$, હવે : $3 \times 4 = \underline{12}$ મળે.

આમ, $(35)^2 = \underline{1225}$

$105^2 = \underline{11025}$ ($5^2 = \underline{25}$ તથા $10 \times 11 = \underline{110}$)

- **સ્વપ્રયત્ને ગણોઃ**

1) $(10000)^2 =$

2) $115^2 =$

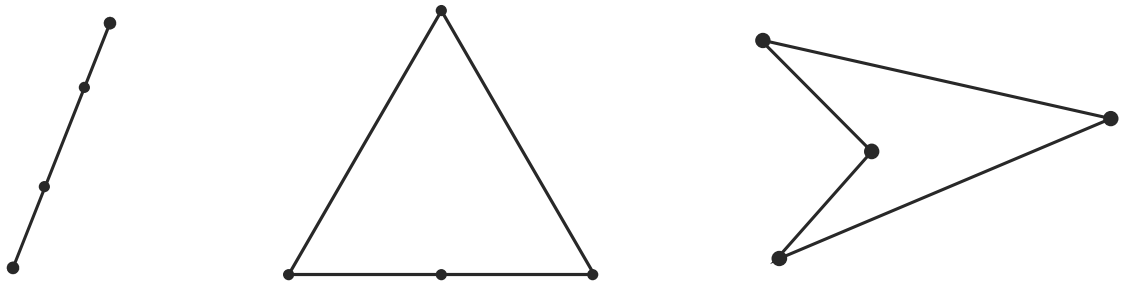
3) $85^2 =$

4) $125^2 =$

પ્રકરણ 8

- **પ્રસ્તાવનાઃ**

અગાઉના ધોરણમાં તમે ચતુષ્કોણ વિશે અભ્યાસ કરીને આવ્યા છો. જેમાં ચતુષ્કોણના અંગો, પ્રકારો તેમના ગુણધર્મો વિશે આપ સર્વે માહિતગાર છો. તેમાનું કેટલુક પૂર્વજ્ઞાન તાજું કરી લઈએ.



→ બે બિંદુમાંથી ..... નું નિર્માણ થાય ?

→ ત્રણ બિંદુમાંથી ..... નું નિર્માણ થાય ?

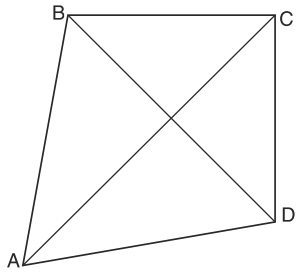
→ ચાર સમતલીય બિંદુઓ પૈકી કોઈપણ ત્રણ અસમરેખ બિંદુઓમાંથી ..... નું નિર્માણ થાય ?

- **વ્યાખ્યાઃ**

<u>ચાર બિંદુઓ પૈકી કોઈપણ ત્રણ બિંદુઓ અસમરેખ હોય, તો ચાર બાજુઓવાળી એક બંધ આકૃતિ બને તેને ચતુષ્કોણ કહેવાય.</u>

- **ગણની ભાષામાંઃ** □ABCD = AB U BC U CD U DA

- **ચતુષ્કોણ વિશેની અન્ય માહિતી ::**



→ □ABCD ને ચાર બાજુઓ : AB, BC, CD, DA

→ □ABCDને ચાર ખૂણાઓ : *L*A, *L*B, *L*C, *L*D

→ □ABCDના બે વિકર્ણો : AC અને BD

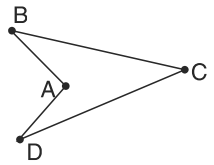
→ આમ પ્રત્યેક ચતુષ્કોણને કુલ દસ અંગો હોય છે.

→ ચારેય ખૂણાઓનો સરવાળો 360^0 થાય.

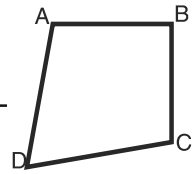
$LA + LB + LC + LD = 360^0$

ચતુષ્કોણના પ્રકારો

અંતઃમુખ ચતુષ્કોણ

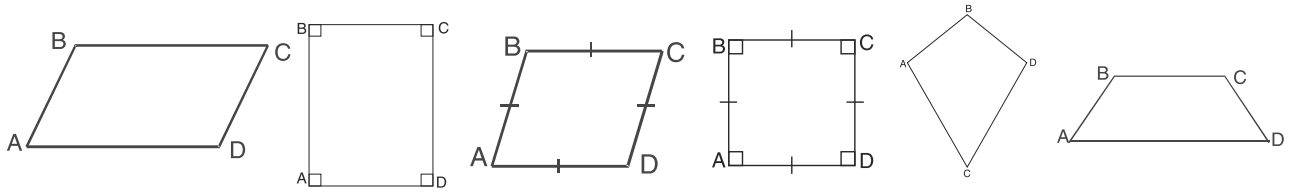


બર્હિમુખ ચતુષ્કોણ



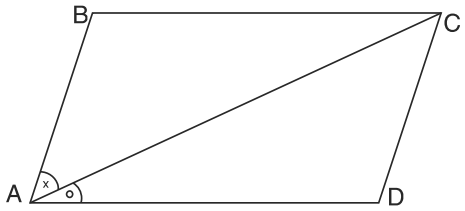
અન્ય પ્રકારો

સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ | લંબચોરસ | સમબાજુ ચતુષ્કોણ | ચોરસ | પતંગ આકાર ચતુષ્કોણ | સમલંબ ચતુષ્કોણ



ચતુષ્કોણના પ્રકારો	ચતુષ્કોણના ગુણધર્મો						
	સામસામેની બંને બાજુઓ સમાંતર	સામસામેના ખૂણા એકરૂપ	ચારેય બાજુઓ એકરૂપ	ચારેય ખૂણાઓ એકરૂપ	વિકર્ણો એકરૂપ	વિકર્ણો દુભાગે	વિકર્ણો કાટખૂણે છેદે
સમાંતરબાજુ ચ.	✓	✓	—	—	—	✓	—
સમબાજુ ચ.	✓	✓	✓	—		✓	✓
લંબચોરસ	✓	✓	—	✓	✓	✓	—
ચોરસ	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
સમલંબ ચ.	—	—	—	—	—	—	—
પતંગ આકાર ચ.	—	—	—	—	—	—	✓

પ્રમેય - 8.1 સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનો કોઈપણ વિકર્ણ તેનું બે એકરૂપ ત્રિકોણમાં વિભાજન કરે છે.



→ △ABC અને △CDA માં

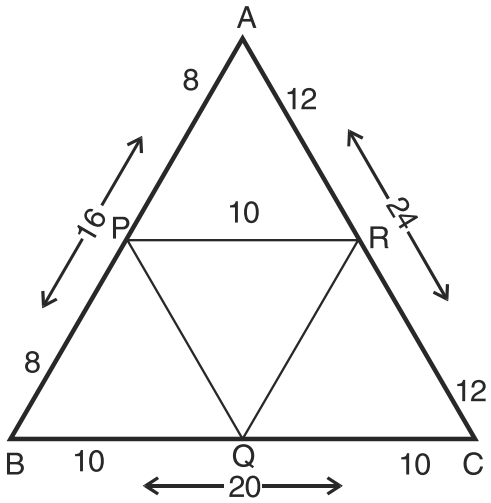
BC || AD અને AC છેદિકાથી બનતા

*L*BCA ≅ *L*DAC (યુગ્મકોણ)

- **મધ્યબિંદુ પ્રમેય :** ત્રિકોણની બે બાજુઓના મધ્યબિંદુઓને જોડતો રેખાખંડ ત્રીજી બાજુને સમાંતર અને તેના માપથી અડધા માપનો હોય છે.

- **દાખલાઓ:**

(1) △ABC માં બાજુઓ AB, BC અને AC ના મધ્યબિંદુઓ અનુક્રમે P, Q, R છે. જો AB= 16; BC = 20; AC = 24 હોય તો, □PBCR ની પરિમિતિ _____ થાય.



□PBCR ની પરિમિતિ = PB + BC + CR + PR

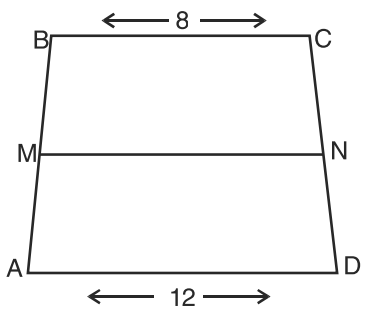
= 8 + 20 + 12 + 10

= 50 એકમ

(નોંધ : મધ્યબિંદુ પ્રમેયનો ઉપયોગ કરેલ છે.)

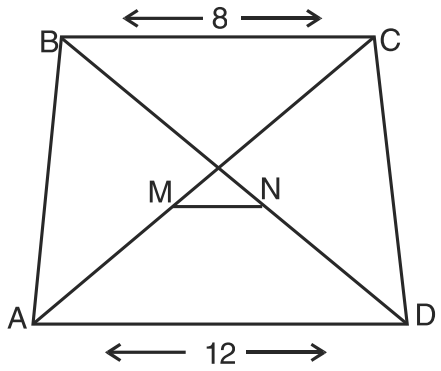
- **કેટલાક અગત્યના પરિણામો:**

→ સમબાજુ ચતુષ્કોણની બાજુઓના મધ્યબિંદુઓને જોડવાથી બનતો ચતુષ્કોણ લંબચોરસ હોય છે.



→ સમલંબ □ABCD માં BC || AD, M એ ABનું અને N એ CDનું મધ્યબિંદુ છે તો, MN = $\frac{AD + BC}{2}$ થાય.

ઉદા. BC=8; AD = 12 હોય, તો MN = 10 થાય.



→ સમલંબ □ABCD માં BC || AD, તથા M અને N મધ્યબિંદુઓ અને તેને AD અને BD હોય તો, $MN = \frac{AD - BC}{2}$ થાય.

ઉદા. BC=8; AD = 12 હોય, તો MN = 2 થાય.

→ જે સ.બા.ચ.ના માત્ર વિકર્ણો એકરૂપ હોય, તો તેને **<u>લંબચોરસ</u>** કહેવાય.

→ જે સ.બા.ચ. ના માત્ર વિકર્ણો એકબીજાને કાટખૂણે છેદે, તો તેને **<u>સમબાજુ ચતુષ્કોણ</u>** કહેવાય.

→ જે સ.બા.ચ.ના વિકર્ણો એકરૂપ અને કાટખૂણે છેદે તો તેને **<u>ચોરસ</u>** કહેવાય.

→ જે ચતુષ્કોણના વિકર્ણો પરસ્પર દુભાગે તો તેને **<u>સ.બા.ચ.</u>** કહેવાય.

ગૃહકાર્ય :

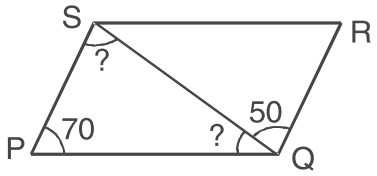
(1) સ.બા.ચ.માં પાસપાસેના ખૂણાઓના દ્વિભાજકો વચ્ચેનો ખૂણો ..... માપનો હોય છે.

(2) સ.બા.ચ.માં સામસામેના ખૂણાઓ ..... હોય છે.

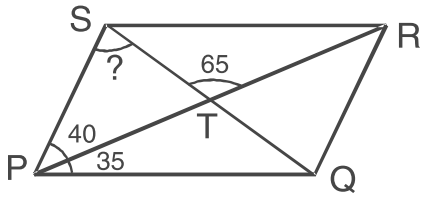
(3) જે સમબાજુ ચતુષ્કોણના દરેક ખૂણાઓનું માપ 90° હોય તો તેને ..... કહેવાય.

(4) જે ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુઓની કોઈ એક જોડ સમાંતર હોય તો, તેને ..... કહેવાય.

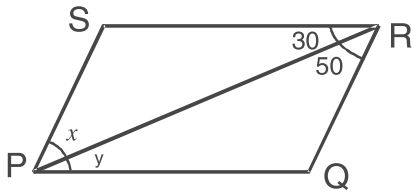
(5) સ.બા.ચ. ABCD માં $\angle D = 120$ હોય તો, $\angle A$ = ... અને $\angle C$ = ... થાય.

(6) 

આકૃતિમાં સ.બા.ચ. PQRS માં $\angle SQP$ અને $\angle QSP$ ના માપ શોધો.

(7) 

બાજુની આકૃતિમાં સ.બા.ચ. PQRS માં $\angle SPT = 40°$; $\angle QPT = 35°$ અને $\angle RTS = 65°$ હોય તો, $\angle PST$ = _____

(8) 

બાજુની આકૃતિમાં સ.બા.ચ. PQRS માં માપ આપેલ છે તો, x = _____ અને y = _____ થાય.

પ્રકરણ 9

- **પ્રસ્તાવનાઃ** અગાઉના ધોરણમાં અને અગાઉના પ્રકરણમાં તમે ચતુષ્કોણ અને ત્રિકોણ વિશે અભ્યાસ કરીને આવ્યા છો તથા કેટલાક ભૂમિતિના એકમો અને ક્ષેત્રફળના સૂત્રો વિશે માહિતગાર છો.

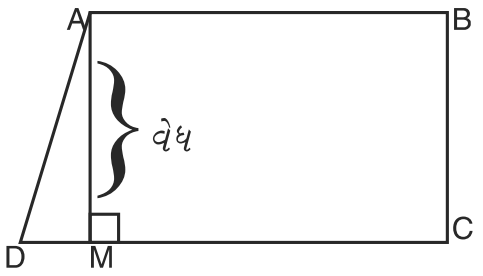
→ બંધ આકૃતિ દ્વારા ઘેરાયલા સમતલ ભાગને સમતલીય પ્રદેશ કહે છે.

→ સમતલીય પ્રદેશના પરિમાણ કે માપને આકૃતિનું ક્ષેત્રફળ (area) કહે છે.

એકમો : મી^{2} કે સેમી^{2} અથવા ચોરસ મી./ચો સેમી

→ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ = $\frac{1}{2}$ x પાયો x વેધ

આ સૂત્રની મદદથી સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના ક્ષેત્રફળનું સૂત્ર

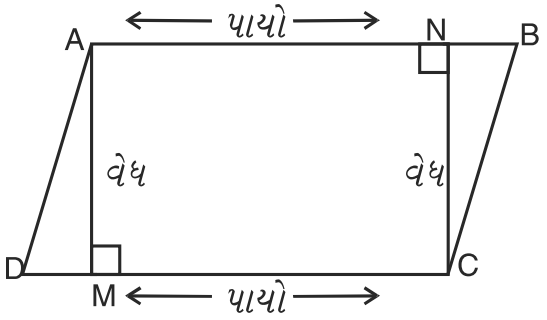


સ.બા.ચ. ABCD નું ક્ષેત્રફળ = પાયો x વેધ

OR

ABCD = પાયો x વેધ

ABCD = CD x AM



બાજુની આકૃતિ પરથી

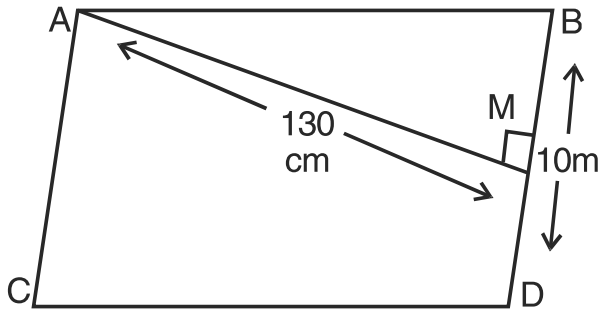
CD x AM = CN x AB

લખી શકાય.

(કોઈપણ એક આકૃતિનું ક્ષેત્રફળ સમાન હોય છે.)

● કેટલાક દાખલાઓ:

(1)



બાજુની આકૃતિ પરથી ABCD = પાયો x વેધ

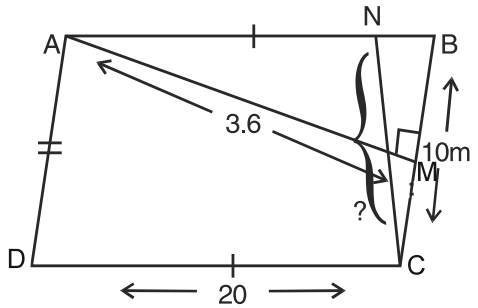
ABCD = CD x AM

= 10 x $\frac{12\cancel{0}}{10\cancel{0}}$

∴ ABCD = $\cancel{10}$ x $\frac{12}{\cancel{10}}$

∴ ABCD = 10 m^2

(2) બાજુની આકૃતિ પરથી AM = 3.6, BC = 10 અને CD = 20 હોય તો,



ABCD = _____

અને CN = _____ થાય.

→ ABCD = AM x BC = CN x AB

(i) ABCD = AM x BC

= 3.6 x 10

ABCD = 3.6 ચો.એકમ

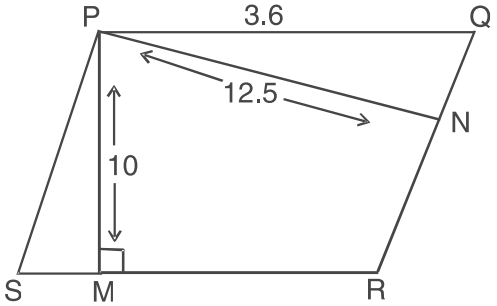
(ii) AM x BC = CN x AB

∴ 3.6 x 10 = CN x 20

∴ $\frac{36}{20}$ = CN ⇨ CN = 1.8 એકમ

✍ ગૃહકાર્ય:

(1)



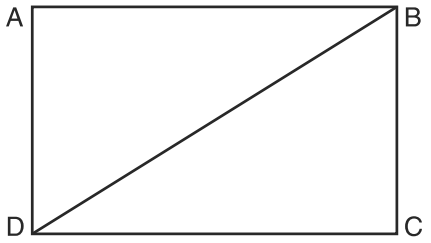
બાજુની આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે આપેલ માપ પરથી

PQRS = _____ અને QR = _____ થાય.

- **પ્રમેય - 1** એક જ પાયા પર આવેલા અને બે સમાંતર રેખાઓની એક જોડની રેખાઓ વચ્ચે આવેલા સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનાં ક્ષેત્રફળ સમાન હોય છે.

- **દાખલાઓઃ**

(1)



ABCD = 36.4 m^2 હોય તો,

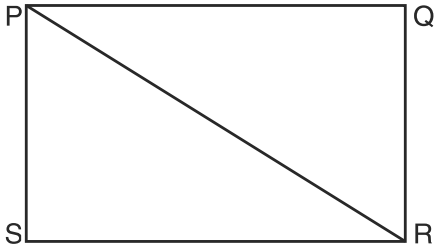
ABD = _____ થાય.

ABD = BDC = $\frac{1}{2}$ ABCD

= $\frac{1}{2}$ (36.4)

ABD = 18.2 m^2

(2)



બાજુની આકૃતિ સ.બા.ચ. PQRS છે.

જો, PQR = 18.7 m^2 હોય તો,

PQRS = ... થાય.

- **કેટલાક અગત્યના પરિણામો યાદ રાખવા.**

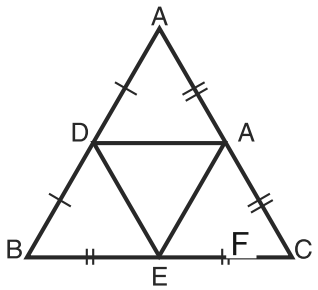
(1) સ.બા.ચ.નું ક્ષેત્રફળ તેના અનુરૂપ પાયો અને વેધના ગુણાકાર જેટલું હોય છે.

(2) સમબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ તેના વિકર્ણોના ગુણાકારનું અડધુ હોય છે.

(3) સમલંબ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ તેની જે બે બાજુઓ સમાંતર હોય તેમના સરવાળાને વેધ સાથે ગુણી તેનાથી અડધું હોય છે.

(4) સમબાજુ ત્રિકોણ ક્ષે. = $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (બાજુ)^2 જેટલું હોય છે.

(5)



$\triangle$ ABCમાં બિંદુ D, E અને F એ અનુક્રમે બાજુઓ AB, BC અને CA નાં મધ્યબિંદુઓ હોય તો

(i) DEF = $\frac{1}{4}$ ABC થાય.

(ii) BEFD = $\frac{1}{2}$ ABC થાય.

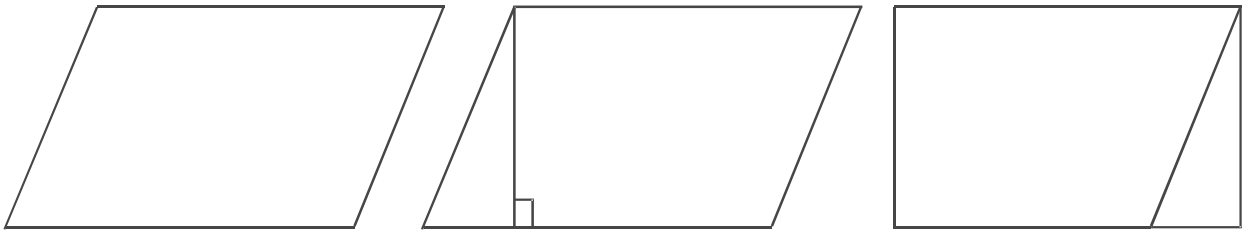
- **કેટલાંક સંકેતો યાદ રાખવા.**

(1) $\triangle$ABC નું ક્ષેત્રફળ = ABC વડે દર્શાવાય.

(2) $\square$ABCD નું ક્ષેત્રફળ = ABCD વડે દર્શાવાય.

આપણે ચોરસ અને લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ શોધવાની રીતે અગાઉ જોઈ ગયા હવે, જે જમીન સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના આકારની હોય તેનું ક્ષેત્રફળ કેવી રીતે શોધશો ?

ચાલો, આપણે તે માટે રીત શોધીએ....



(i) (ii) (iii)

- **સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણને સમાન ક્ષેત્રફળવાળા લંબચોરસમાં રૂપાંતરિત કરી શકાય ?**

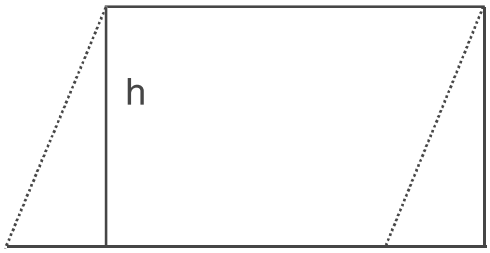
આકૃતિ (i) માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે એક સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ દોરો. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના એક શિરોબિંદુ પરથી સામેની બાજુને લંબ રેખા દોરો. (આકૃતિ (ii)), ત્રિકોણને કાપી લો. આ ત્રિકોણને સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની બીજી બાજુએ ખસેડો. (આકૃતિ (iii) પ્રમાણે).

જુઓ આકૃતિ (iii) માં તમને કયો આકાર મળે છે ?

તમને એક લંબચોરસ મળે છે.

શું મૂળ આકૃતિ (i) (સ.બા.ચ.) નું ક્ષેત્રફળ આકૃતિ (iii) (લંબચોરસ) જેટલું મળશે ? હા

સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = લંબચોરસ (બનેલા) નું ક્ષેત્રફળ.



પહોળાઈ = ઊંચાઈ

આધાર = લંબાઈ

(iv)

આકૃતિ (iv) માં આપણને દેખાય છે કે લંબચોરસની લંબાઈ તે સ.બા.ચ.ના આધાર જેટલી છે અને લંબચોરસની પહોળાઈ તે સ.બા.ચ.ની ઊંચાઈ જેટલી છે.

હવે, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ

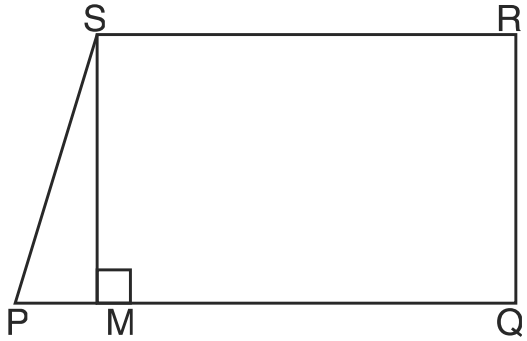
= લંબાઈ x પહોળાઈ

$= l \times b$

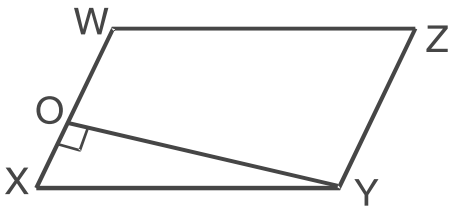
પરંતુ લંબચોરસની લંબાઈ l અને પહોળાઈ b તે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના અનુક્રમે આધાર b અને ઊંચાઈ h જેટલી છે. આમ, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = આધાર x ઊંચાઈ

$= b \times h$

- સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની કોઈપણ બાજુને તેના આધાર તરીકે લઈ શકાય. તે બાજુ પર સામેનાં શિરોબિંદુમાંથી દોરેલા લંબને તેની ઊંચાઈ કહેવાય છે.



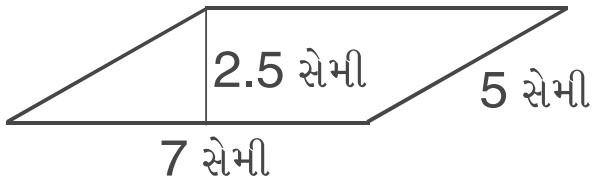
સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ PQRS માં SM, PQ ને લંબ છે.



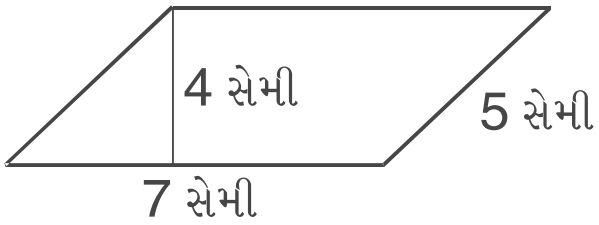
અહીં PQ આધાર છે અને SM સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની ઊંચાઈ બાજુના સ.બા.ચ. XYZW માં YO, સામેની બાજુ XW ને લંબ છે.

અહીં XW આધાર છે અને YO ઊંચાઈ છે.

અહીં, આપેલ સ.બા.ચ. જુઓ, જેમની બાજુઓ 7 સેમી અને 5 સેમી માપની છે.



(I)



(II)

સ.બા.ચ.(I) નું ક્ષેત્રફળ $= b \times h$

$= 7 \times 2.5$

$= 17.5$ ચો.સેમી. or સેમી^{2}

સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ (II) નું ક્ષેત્રફળ $= b \times h$

$= 7 \times 4$

$= 28$ સેમી^{2}

આમ, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ (I) અને (II) માં બાજુઓનાં માપ સરખા હોવા છતાં બંને સ.બા.ચ.નાં ક્ષેત્રફળ જુદા - જુદા મળે છે.

ઉદા. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ PQRS માં PQ = 7.2 સેમી અને PQ પર R માંથી દોરેલા લંબનું માપ 4.5 સેમી છે. તો આ સ.બા.ચ.નું ક્ષેત્રફળ શોધો.

પ્રકરણ 10

- **પ્રસ્તાવના :** અગાઉના ધોરણમાં તમે કેટલીક પાયાની રચનાઓ દોરતા શીખ્યા હવે આપણે ચોક્કસ પ્રકારના ત્રિકોણની રચના કરવામાં ઉપયોગી હોય તેવી કેટલીક પાયાની રચનાઓ શીખીશું.
- પ્રવૃત્તિ : તમારા કંપાસ બોક્ષનાં નીચે આપેલ ભૌમિતિક ઉપકરણોનું વર્ણન કરી તેમના ઉપયોગ લખો.

  1) માપપટ્ટી

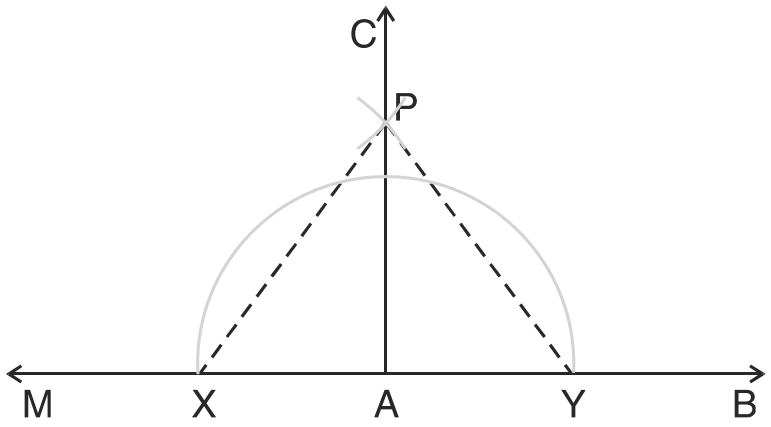
  2) કાટખૂણાની જોડ

  3) વિભાજકની જોડ

  4) પરિકરની જોડ

  5) કોણમાપક
- **રચના-૧ આપેલ કિરણના ઉદ્ભવ બિંદુ પર આપેલા માપના ખૂણાની રચના કરવી.**

  ઉદાહરણ – આપેલ કિરણના ઉદ્ભવ બિંદુ પર 90° ના ખૂણાની રચના કરો અને પ્રમણિત કરો.



- **રચનાના મુદ્દા :-**

  (1) કિરણ AB આપેલ છે. કિરણ AB ને A તરફ લંબાવી રેખા MAB મેળવો.

  (2) કોઈ અનુકૂળ ત્રિજ્યા અને કેન્દ્ર A લઈ વર્તુળનું ચાપ દોરો. જે રેખા MAB ને X અને Y માં છેદે.

(3) $\frac{1}{2}$XY થી મોટી ત્રિજ્યા લઈને X અને Y ને વારાફરતી કેન્દ્ર લઈ ચાપ દોરો, જે એકબીજાને P બિંદુમાં છેદે.

(4) P માંથી પસાર થાય તેવું કિરણ AC દોરો.

આમ, $\angle$CAB માગ્યા મુજબનો 90° ખૂણો છે.

- **રચનાને પ્રમાણિત કરીએ :**

PX અને PY દોરો.

$\triangle$PAX અને $\triangle$PAY માં ,

AX = AY (એક જ વર્તુળની ત્રિજ્યાઓ)

PX = PY (સમાન વર્તુળની ત્રિજ્યાઓ)

PA = PA (સામાન્ય રેખાખંડ)

$\therefore$ $\triangle PAX \cong \triangle PAY$ બાબાબા મુજબ

$\therefore$ $\angle PAX = \angle PAY$ {CPAT}

$\angle PAX + \angle PAY = 180°$ (રૈખિક જોડ)

$\therefore$ $2\angle PAY = 180°$

$\therefore$ $\angle PAY = \frac{180}{2} = 90°$

$\therefore$ $\angle CAB = 90°$

પ્રયત્ન કરો :

(1) આપેલા કિરણોનાં ઉદ્ભવબિંદુ પર 45° ના ખૂણાની રચના કરો અને પ્રમાણિત કરો.

(2) આપેલ કિરણના ઉદ્ભવબિંદુ પર 60° ના ખૂણાની રચના કરો અને પ્રમાણિત કરો.

- **રચના–૨ આપેલ માપવાળા સમબાજુ ત્રિકોણની રચના**

ઉદાહરણ: 18 સેમીની પરિમિતિવાળા સમબાજુ $\triangle$ABC ની રચના કરો. રચનાના મુદ્દા લખો.

ધારો કે એક બાજુનું માપ = a સેમી

$\triangle$ABCની પરિમિતિ = 18 સેમી

3a = 18

$$a = \frac{18}{3} = 6 \text{ સેમી}$$

- **રચનાના મુદ્દા :**

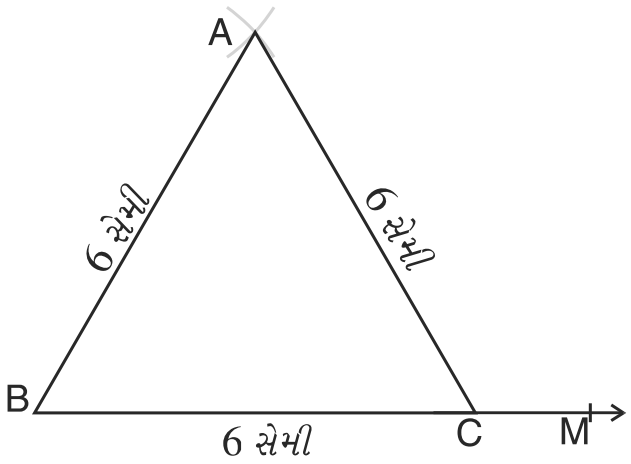
(1) કોઈપણ કિરણ BM દોરો.

(2) B કેન્દ્ર અને 6 સેમી ત્રિજ્યા લઈ વર્તુળનું ચાપ દોરો, જે કિરણ BM ને C માં છેદે.

(3) 6 સેમી ત્રિજ્યા લઈ B અને C ને વારાફરતી કેન્દ્ર લઈ વર્તુળના ચાપ દોરો. જે પરસ્પર A બિંદુમાં છેદે.

(4) AB અને AC રચો.

આમ, $\triangle ABC$ એ માંગેલ સમબાજુ ત્રિકોણ છે.



પ્રયત્ન કરો.	(1) 5 સેમી બાજુ માપવાળા સમબાજુ ત્રિકોણની રચના કરી રચનાના મુદ્દા લખો. (2) 21 સેમી પરિમિતિવાળા સમબાજુ ત્રિકોણની રચના કરી રચનાના મુદ્દા લખો.

- **રચના-૩** **ત્રિકોણનો પાયો,પાયા પરનો એક ખૂણો અને બીજી બે બાજુઓના માપનો સરવાળો આપ્યો હોય તેવો ત્રિકોણ રચવો.**

ઉદાહરણ – 5.8 સેમી, AB + CA=8.4 સેમી અને $\angle B=60°$ હોય તેવા $\triangle ABC$ ની રચના કરો

રચનાના મુદ્દા (૧) કિરણ BX દોરો. B કેન્દ્રિત 5.8 સેમી ત્રિજ્યાવળો ચાપ દોરો,જે BX ને C માં છેદે.

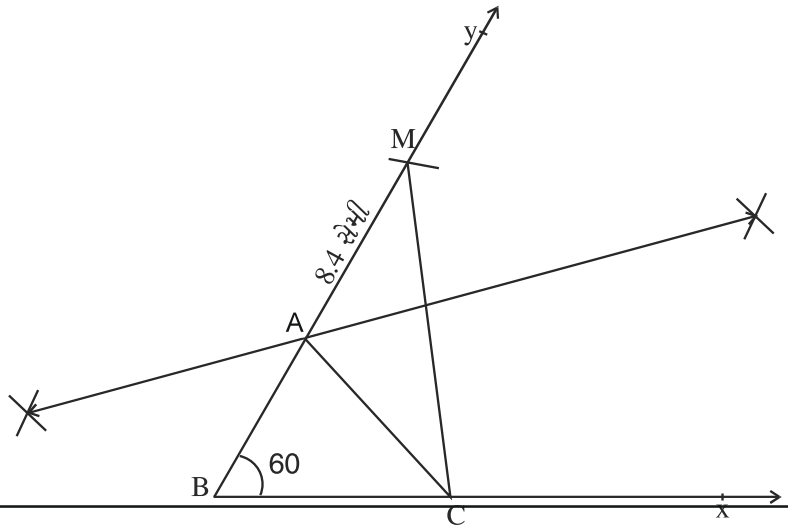
(૨) બિંદુ B આગળ $\angle YBC$ રચો જેનું માપ 60° થાય.

(૩) B કેન્દ્રિત 8.4 સેમી ત્રિજ્યાવાળો ચાપ દોરો જે કિરણ BY ને M માં છેદે.

(૪) MC દોરો અને તેનો લંબદ્વિભાજક રચો,જે BM ને A માં છેદે.

(૫) AC દોરો.

આમ, $\triangle$ ABC એ આપેલ માપવાળો ત્રિકોણ છે.

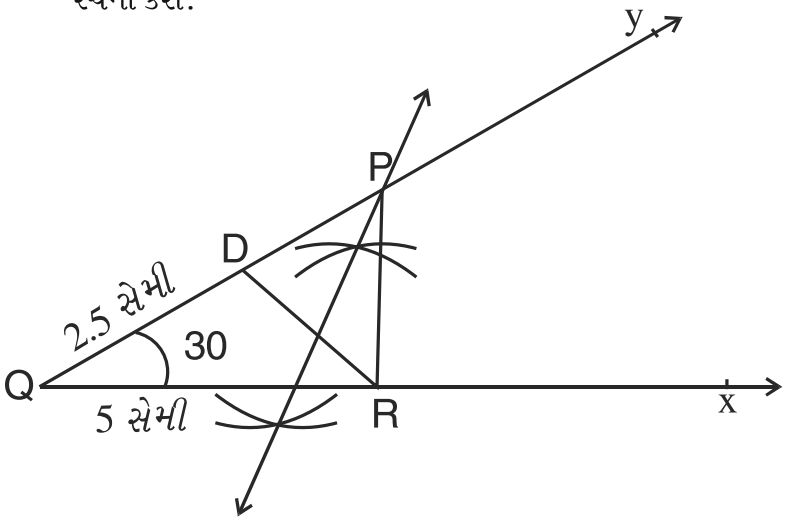


પ્રયત્ન કરો. (૧) BC = 3.8 સેમી, $\angle B = 45^\circ$ અને AB+AC = 6.8 સેમી હોય તેવા $\triangle$ABC ની રચના કરો.

(૨) પાયો 4 સેમી અને કર્ણ અને લંબ નો સરવાળો 8 સેમી હોય તેવો કાટકોણ ત્રિકોણ રચો.

- **રચના-૪ પાયો,પાયા પરનો એક ખૂણો અને બાકીની બે બાજુઓનો તફાવત આપ્યો હોય તેવો ત્રિકોણ રચવો.**

ઉદાહરણઃ QR = 5 સેમી, LQ = 30° અને PQ-PR = 2.5 સેમી હોય તેવા ત્રિકોણ PQR ની રચના કરો.



- રચનાના મુદ્દા (૧) કિરણ QX દોરીને 5 સેમી લંબાઈનો રેખાખંડ QR મેળવો.

(૨) બિંદુ Q આગળ કિરણ QY ની રચના કરો, જેથી $\angle YQR = 30^\circ$ થાય.

(૩) Q કેન્દ્ર અને 2.5 સેમી ત્રિજ્યાવાળો ચાપ દોરો, જે કિરણ QY ને D માં છેદે.

(૪) રેખાખંડ DR દોરો તેનો લંબદ્વિભાજક રચો,જે કિરણ QY ને P માં છેદે.

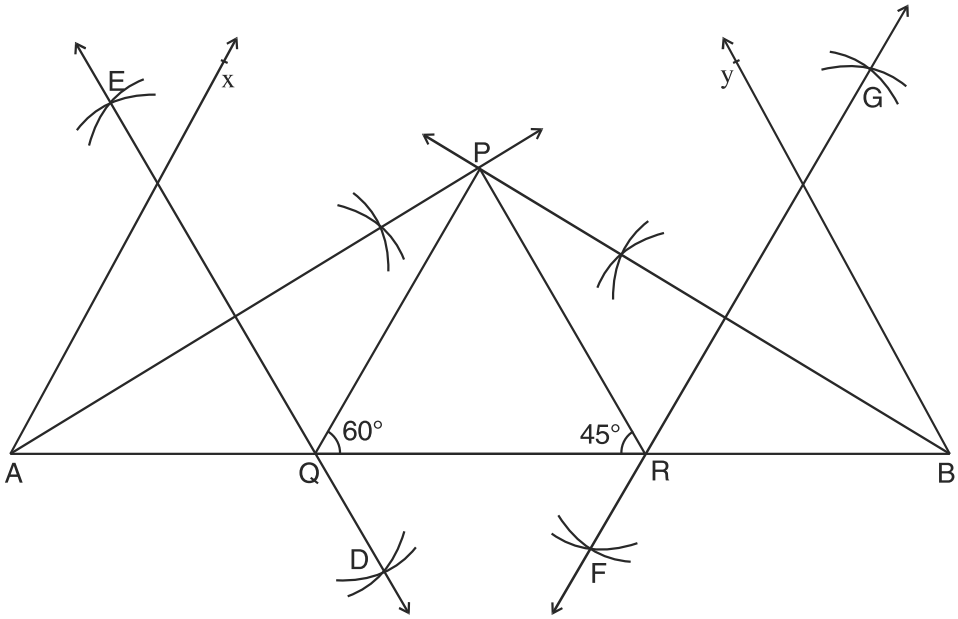
(૫) રેખાખંડ PR દોરો.

આમ, △PQR એ આપેલ માપવાળો ત્રિકોણ છે.

પ્રયત્ન કરો.	(૧)	BC=5.7 સેમી, LB=45° અને AB–AC = 3 સેમી હોય તેવો △ABC રચો.
	(૨)	QR = 7 સેમી, LQ = 60° અને PQ – PR = 1 હોય તેવો △PQR રચો.

રચના–૫ ત્રિકોણની પરિમિતિ અને પાયા પરના ખૂણા આપ્યા હોય તેવો ત્રિકોણ રચવો.

- ઉદાહરણઃ જે ત્રિકોણમાં LR = 45°, LQ = 60° અને પરિમિતિ = 14 હોય તેવો ત્રિકોણ △PQR ની રચના કરો.



રચનાના મુદ્દા : (૧) 14 સેમીનો રેખાખંડ AB રચો (AB=PQ=QR=PR)

(૨) A પર 60° નો ખૂણો અને B પર 45° નો ખૂણો રચો.

(૩) આ ખૂણાઓનું દ્વિભાજન કરો. ધારો કે, આ ખૂણાઓના દ્વિભાજક P બિંદુએ છેદે છે.

(૪) AB ને Q માં છેદે તેવો AP નો લંબદ્વિભાજક DE રચો. તથા AB ને R માં છેદે તેવો PB નો દ્વિભાજક FG રચો.

(૫) PQ અને PR રચો.

આમ, △PQR માંગેલ ત્રિકોણ છે.

પ્રયત્ન કરોઃ (૧) $\angle B = 60°$, $\angle C = 45°$ અને AB+BC+CA =14 સેમી હોય તેવો $\triangle ABC$ રચો.

(૨) $\angle B = 30°$, $\angle C = 30°$ અને AB+BC+CA = 12 સેમી હોય તેવો $\triangle ABC$ રચો.

- **પ્રવૃતિ :**

આપેલ ખૂણાઓની જોડ દોરી બંને ખૂણાઓના દ્વિભાજક દોરો. બંને દ્વિભાજક કિરણો દ્વારા બનતા ખૂણાઓના માપ નોંધી મેળવેલ પરિણામની વાલી / શિક્ષક સાથે ચર્ચા કરો.

→ રૈખિક જોડ

→ અભિકોણની જોડ

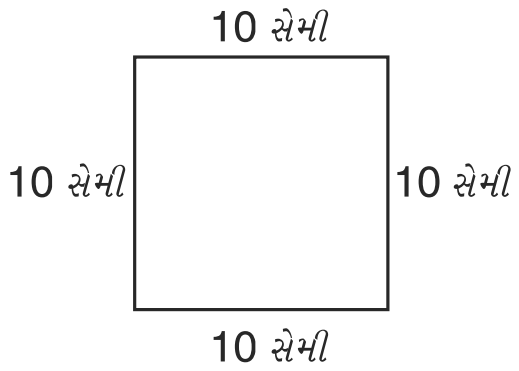
પ્રકરણ 11

પરિમિતિ : બંધ આકૃતિની સીમારેખાની લંબાઈ એ પરિમિતિ છે.

ક્ષેત્રફળ : જ્યારે ક્ષેત્રફળ એ બંધ આકૃતિ એ સમતલમાં રોકેલી જગ્યાનું માપ છે.

ચોરસની પરિમિતિ = 4 x બાજુની લંબાઈ

ઉદા. ચોરસની એક બાજુનું માપ 10 સેમી. છે તો તેની પરિમિતિ શોધો.



ચોરસની પરિમિતિ = 4 x બાજુની લંબાઈ

= 4 x 10 cm

= 40 cm.

જાતે ગણો.

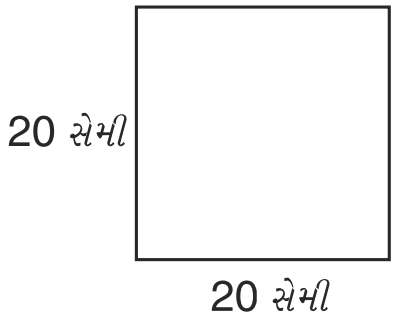
(1) એક ચોરસ બાગની એક બાજુનું માપ 20 મીટર છે તો તેની પરિમિતિ શોધો.

(2) એક ચોરસ પતંગની એક બાજુનું માપ 15 cm છે તો તેની પરિમિતિ શોધો.

- **ચોરસનું ક્ષેત્રફળ:**

ચોરસનું ક્ષેત્રફળ = લંબાઈ x લંબાઈ

ઉદાહરણ : ચોરસની એક બાજુની લંબાઈ 20 cm છે તો તે ચોરસનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

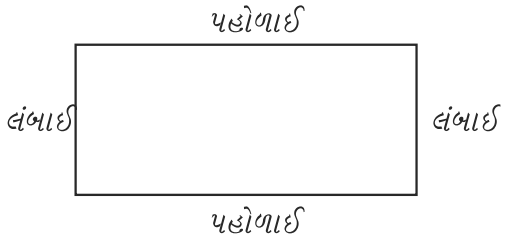


ચોરસનું ક્ષેત્રફળ = લંબાઈ x લંબાઈ

= 20cm x 20cm

= 400 cm^2

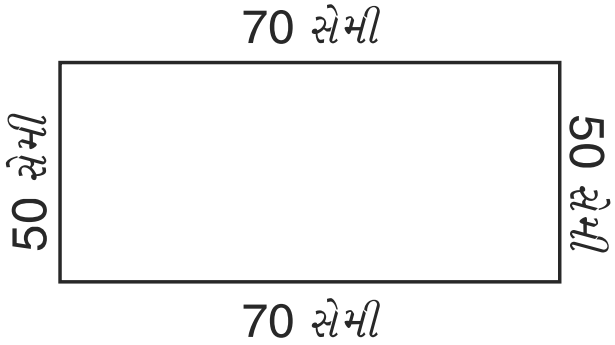
- **લંબચોરસઃ**



લંબચોરસમાં સામસામેની બે બાજુઓ સમાન હોવાથી

લંબચોરસની પરિમિતિ = 2 (લંબાઈ + પહોળાઈ)

ઉદાહરણ : જેની લંબાઈ અને પહોળા અનુક્રમે 50 સેમી અને 70 સેમી છે તેવા લંબચોરસની પરિમિત શોધો.



લંબાઈ = 50 સેમી

પહોળાઈ = 70 સેમી

લંબચોરસની પરિમિતિ = 2 (લં + પ)

= 2 (50 + 70)

= 2 (120)

= 240 સેમી

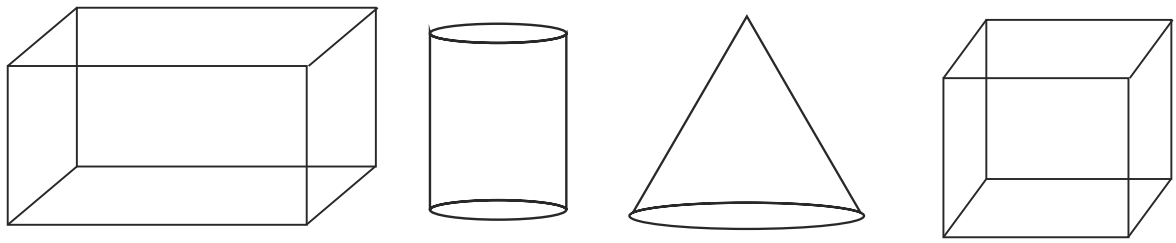
જાતે ગણો.

(1) એક ટેબલની ઉપરની સપાટીની લંબાઈ 2 મીટર અને પહોળાઈ 1.5 મીટર છે તો તે સપાટીની પરિમિતિ શોધો.

(2) 30 સેમી લંબાઈ અને 21 સેમી પહોળાઈ ધરાવતા એક ફોટોગ્રાફની ફ્રેમ બનાવવા માટે કેટલી લંબાઈની લાકડાની પટ્ટી જોઈશે ?

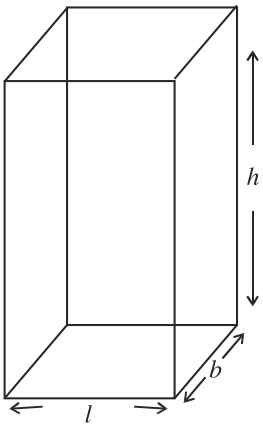
- આગળના ધોરણમાં આપણે શીખી ચૂકયા છીએ કે દ્વિ-પરિમાણીય આકૃતિઓને, ત્રિ-પરિમાણીય આકારના ફલક સ્વરૂપે ઓળખી શકાય છે.

  જેમ કે,



લંબઘન નળાકાર શંકુ સમઘન

- **લંબઘનનું પૃષ્ઠફળ :**



પૃષ્ઠફળ = લંબઘનની છ સપાટીઓના ક્ષેત્રફળનો સરવાળો

લંબઘનનું પૃષ્ઠફળ = ક્ષેત્રફળ I + ક્ષેત્રફળ II + ક્ષેત્રફળ III + ક્ષેત્રફળ IV + ક્ષેત્રફળ V + ક્ષેત્રફળ VI

$= (h \times l) + (b \times l) + (b \times h)$

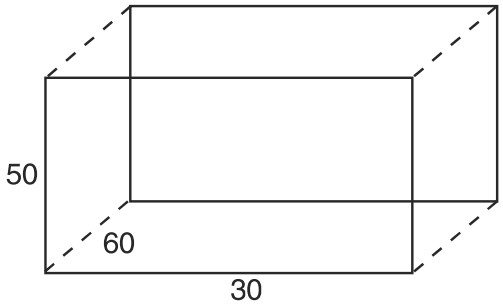
$(l \times h) + (b \times h) + (l + b)$

તેથી કુલ સપાટીનું ક્ષેત્રફળ $= 2\,[\,(h \times l) + (b \times h) + (b \times l)]$

$= 2\,[\,lb + bh + hl\,]$

જયાં l લંબાઈ, h ઊંચાઈ અને b પહોળાઈ છે.

ઉદાહરણ: એક માછલીઘર લંબઘન આકારનું છે. તેનું બહારથી માપ 60 સેમી x 30 સેમી x 50 સેમી છે. તો તે લંબઘનનું પૃષ્ઠફળ શોધો.



માછલીઘરનું કુલ પૃષ્ઠફળ =

$= 2\,[lb + bh + hl]$

$= 2\,[\,(60)\,(30) + (30)\,(50) + (50)\,(60)]$

= 2 [1800 + 1500 + 3000]

= [6300]

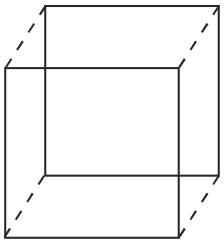
= 12600 સેમી^{2}

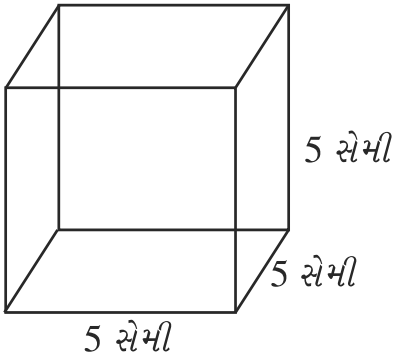
> **જાતે ગણો.**
>
> એક લંબઘન આકારના ઓરડાનું માપ 10 મી x 12 મી x 8 મી છે. ઓરડાનું કુલ પૃષ્ઠફળ શોધો.

- **સમઘન:**

સમઘનનું પૃષ્ઠફળ

સમઘનનું પૃષ્ઠફળ = $6l^2$





સમઘનનું પૃષ્ઠફળ = $6l^2$

= 6 x (5 સેમી)^2

= 6 x 25સેમી^{2}

= 150 સેમી^{2}

> **જાતે ગણો.**
>
> (1) એક સમઘનની લંબાઈ 8 સેમી છે તો તેનું પૃષ્ઠફળ શોધો.
>
> (2) એક સમઘનનું પૃષ્ઠફળ 96 સેમી^{2} હોય તો તે સમઘનની લંબાઈ શોધો.

- **લંબઘનનું ઘનફળ :**

ધારો કે લંબઘનની લંબાઈ l સેમી, પહોળાઈ b સેમી, ઊંચાઈ h સેમી છે.

આથી, લંબઘનનું ઘનફળ = $l \times b \times h$ ઘન સેમી

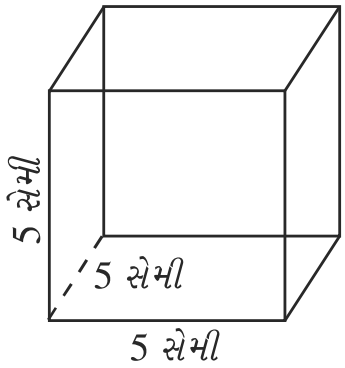
- **સમઘનનું ઘનફળ :**

સમઘન એ લંબઘનનો એક ખાસ પ્રકાર છે.

જેમાં $l = b = h$ થતા હોય, એટલે કે, સમઘનનું ઘનફળ $= l \times l \times l$

$= l^3$

ઉદાહરણ : (a) 5 સેમી બાજુવાળા સમઘનનું ઘનફળ શોધો.



સમઘનનું ઘનફળ $= l^3$

$= (5\text{સેમી})^3$

$= 5 \times 5 \times 5$ સેમી^{3}

$= 125$ સેમી^{3}

(b) એક સમઘનનું ઘનફળ 27 સેમી^{3} છે તો તે સમઘનની બાજુની લંબાઈ જણાવો.

સમઘનનું ઘનફળ $= l^3$

$\therefore$ 27 સેમી$^3 = l^3$

$\therefore$ $(3)^3$ સેમી$^3 = l^3$

$\therefore$ 3 સેમી $= l$

$l = 3$ સેમી

જાતે ગણો.

(1) 10 સેમી બાજુવાળા સમઘનનું ઘનફળ શોધો.

(2) એક સમઘનનું ઘનફળ 64 સેમી^{3} છે તો તે સમઘનની બાજુની લંબાઈ શોધો.

(3) એક લંબઘનની બાજુઓના માપ 2 સેમી, 3 સેમી અને 5 સેમી છે, તો તેનું ઘનફળ શોધો.

પ્રકરણ 12

- **પ્રસ્તાવનાઃ**

બાળમિત્રો, માહિતી એટલે શું ? તેને કઈ કઈ રીતે દર્શાવવામાં આવે છે તે પણ જોઈશું.

માહિતીઃ કોઈ ચોક્કસ ઉદ્દેશ્ય કે હેતુને અનુલક્ષીને એકત્રિત કરવામાં આવતા આંકડાઓ/સંખ્યાને માહિતી કહી શકાય.

→ માહિતીને વ્યવસ્થિત રીતે દર્શાવવા માટે આવૃતિ ચિહ્ન ('|') નો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. જેમકે, 5 ને દર્શાવવા માટે ~~||||~~ નો ઉપયોગ થાય છે.

- **લંબ-આલેખ દ્વારા માહિતીની રજૂઆતઃ**

જો માહિતીને સમાન પહોળાઈ ધરાવતા સ્તંભો વડે (લંબ) દર્શાવવામાં આવે તો આવા સ્તંભોની ઊંચાઈ એ ચોક્કસ સંખ્યા દર્શાવશે. આવા આલેખને લંબ આલેખ કહે છે.

→ લંબ-આલેખ વડે માહિતીને દર્શાવવામાં પ્રમાણમાપ ખૂબ અગત્યનો ભાગ ભજવે છે. માહિતીના મહત્તમ અને લઘુત્તમ મૂલ્યોને ધ્યાનમાં રાખી એકસમાન ભાગ પાડી પ્રમાણમાપ લેવાથી માહિતીને અત્યંત અસરકારક રીતે દર્શાવી શકાય છે.

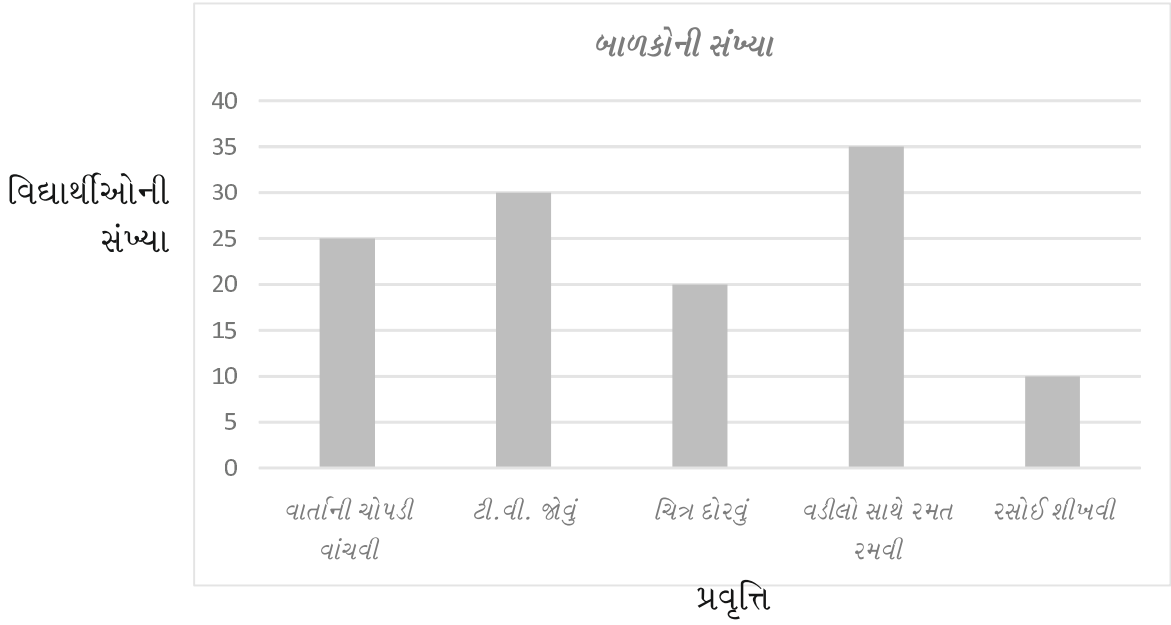
→ પ્રમાણમાપ Y અક્ષ પર 1 સેમી અંતરમાં દર્શાવવાની સંખ્યા માટે લેવામાં આવે છે.

ઉદાહરણ - 1

લોક-ડાઉન દરમ્યાન 120 બાળકો દ્વારા કરવામાં આવેલ પ્રવૃત્તિઓની માહિતી નીચેના કોષ્ટકમાં આપેલ છે. આ માહિતીને લંબ-આલેખ દ્વારા દર્શાવો.

પ્રવૃત્તિ	બાળકોની સંખ્યા
વાર્તાની ચોપડી વાંચવી	25
ટી.વી. જોવું	30
ચિત્ર દોરવું	20
વડીલો સાથે રમત રમવી	35
રસોઈ શીખવી	10

પ્રમાણમાપ = Y અક્ષ પર
1 એકમ = 5 બાળકો



- માહિતીના પ્રતિનિધિ મૂલ્યો:

→ સરાસરી (મધ્યક) :

મધ્યક = **<u>આપેલાં અવલોકનોનો સરવાળો</u>**

અવલોકનની સંખ્યા

માહિતીનો વિસ્તાર : મહત્તમ અને લઘુત્તમ અવલોકનોના તફાવતને વિસ્તાર તરીકે ઓળખવામાં આવે છે.

→ મધ્યસ્થ : જ્યારે માહિતીને ચડતા કે ઊતરતા ક્રમમાં ગોઠવી, મધ્યમાં રહેલા અવલોકનોને મધ્યસ્થ કહે છે.

→ બહુલક : આપેલ અવલોકનોનાં સમૂહમાં સૌથી વધુ વાર આવતા અવલોકનોને બહુલક કહે છે.

- ઉદાહરણ - 2

નીચે આપેલ માહિતીનો વિસ્તાર, મધ્યક, મધ્યસ્થ અને બહુલક શોધો.

13, 16, 12, 14, 19, 12, 14, 13, 14

લઘુત્તમ અવલોકન = 12

મહત્તમ અવલોકન = 19

→ વિસ્તાર = 19 – 12 = 7

→ મધ્યક= <u>અવલોકનોનો સરવાળો</u>

અવલોકનોની સંખ્યા

$$= \frac{13 + 16 + 12 + 14 + 19 + 12 + 14 + 13 + 14}{9}$$

$$= \frac{127}{9}$$

$$= 14.11$$

→ મધ્યસ્થ = અવલોકનોને ચડતા ક્રમમાં ગોઠવતાં

12, 12, 13, 13, 14, 14, 14, 16, 19

∴ મધ્યસ્થ = 14

→ બહુલક = સૌથી વધુ વાર આવતું અવલોકન = 14

બહુલક = 14

સ્વાધ્યાયઃ

(1) એક શાળાનાં A થી D વર્ગમાં વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા નીચે મુજબ છે. આ માહિતીને લંબાલેખ સ્વરૂપે દર્શાવો.

વર્ગ	A	B	C	D	E
વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા	40	44	42	36	32

(2) 15 વિદ્યાર્થીઓની ઊંચાઈ સેમીમાં નીચે મુજબ છે.

128, 144, 146, 143, 136, 142, 138, 129, 140, 152, 144, 140, 150, 142, 154 આ માહિતીનો વિસ્તાર, મધ્યક, મધ્યસ્થ અને બહુલક શોધો.

મહાવરા

મહાવરા

મહાવરા

મહાવરા